



UNIVERSITE D'ANTSIRANANA
ECOLE DOCTORALE THEMATIQUE
Energies Renouvelables et Environnement

THÈSE

Pour l'obtention du diplôme de :

DOCTORAT DE L'UNIVERSITE D'ANTSIRANANA
Option : Fluide et Energétique

Etude numérique de la convection mixte dans un canal muni d'obstacles sinusoïdaux - Application aux systèmes solaires thermiques.

Présentée par : FANAMBINANTSOA Hasimamy Vanissa

*Soutenue le 20 juillet 2023,
Devant le jury composé de :*

M. RAZAFINJAKA Nirinarison Jean,	Professeur	Président
M. RANDRIAZANAMPARANY Michel Aimé,	Professeur Titulaire	Directeur de Thèse
M. RAKOTOMANGA François d'Assise,	Maître de conférences	Co - directeur de Thèse
Mme RANDRIAMANANTANY Zely Arivelo,	Professeur Titulaire	Rapporteur externe
M. RAJAONAH Rabevala,	Professeur Titulaire	Rapporteur interne
M. TOVONDRAINNY Norbert,	Maître de conférences	Examineur
M. RABEMANANTSOA Joslin,	Maître de conférences	Examineur

REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à remercier DIEU Tout Puissant qui m'a donnée la force et la patience de mener à terme ce modeste travail dans des bonnes conditions.

J'exprime ma profonde gratitude à Monsieur RAZAFINJAKA Nirinarison Jean , Professeur à l'Ecole Supérieure Polytechnique de l'Université d'Antsiranana, Directeur de l'Ecole doctorale thématique « Energies renouvelables et Environnement » d' avoir accepté mon inscription au sein de l'Ecole doctorale.

J'adresse mes vifs remerciements à Monsieur RANDRIAZANAMPARANY Michel Aimé, Professeur Titulaire à l'Ecole Supérieure Polytechnique de l'Université d'Antsiranana, mon directeur de thèse et à Monsieur RAKOTOMANGA François d'Assise, Maître de Conférences à la Faculté des Sciences de l'Université d'Antsiranana, mon co - directeur de thèse qui m'ont fait profiter de leurs compétences scientifiques pour la réalisation et l'accomplissement de cette thèse. Je les remercie beaucoup pour leurs disponibilités permanentes, leurs précieux conseils et leurs encouragements tout au long de cette thèse.

Je tiens à remercier Monsieur RAZAFINJAKA Nirinarison Jean, Professeur à l'Ecole Supérieure Polytechnique de l'Université d'Antsiranana qui m'a fait l'honneur d'assurer la Présidence du Jury de soutenance.

J' exprime ma gratitude à Monsieur RAJAONAH Rabevala, Professeur Titulaire à l'Ecole Supérieure Polytechnique de l'Université d'Antsiranana et à Madame RANDRIAMANANTANY Zely Arisoa , Professeur Titulaire à l'Université d'Antananarivo qui ont accepté d'être le rapporteur interne et externe de ce manuscrit.

Je remercie également Monsieur TOVONDRAINNY Norbert, Maître de Conférences à l'Ecole Supérieure Polytechnique de l'Université d'Antsiranana et Monsieur RABEMANANTSOA Joslin, Maître de Conférences à la Faculté des Sciences de l'Université d'Antsiranana d'avoir accepté à la participation de l'évaluation de ce travail.

Je ne saurais pas oublier mes très chers parents et aussi toute la famille pour le soutien moral et l'encouragement qu'ils m'ont apportée tout au long de ma thèse.

Enfin, je remercie tous ceux qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail. A tous, je tiens à exprimer mes sincères remerciements.

RÉSUMÉ

Le présent travail concerne l'étude numérique de la convection mixte dans un canal rectangulaire dont l'une des parois est équipée des protubérances sinusoïdales, sur lesquelles le chauffage de ce système est fait. La paroi supérieure, les parois en amont et en aval des protubérances sont adiabatiques. Ce phénomène est décrit mathématiquement par les équations de Navier - Stokes et par l'équation de conservation de l'énergie, elles sont résolues par une méthode de différence finie explicite. Le logiciel FORTRAN est utilisé pour la simulation numérique afin de calculer les températures et les fonctions de courant au sein du canal. Le code numérique a été validé par les résultats de la littérature déjà publiés. Nos résultats ont été également comparés avec ceux donnés par le logiciel ANSYS FLUENT 2022 R1. Les résultats obtenus à partir de la simulation numérique sont présentés sous forme d'isothermes, lignes de courant, signal temporel d'une température enregistrée au sein de l'écoulement, spectre d'amplitude et portrait de phase de ce signal des températures locales et moyennes à la sortie du canal, nombres de Nusselt local et moyen, évolution temporelle de la température moyenne à la sortie du canal et le profil de vitesse en amont, au sommet et en aval des protubérances . Dans cette étude, l'analyse de plusieurs paramètres de contrôle pouvant être influencée la structure de l'écoulement et le transfert thermique a été faite telle que : l'effet du nombre de Reynolds ($100 < Re < 900$), du nombre de Richardson ($0 < Ri < 75$), du nombre de Rayleigh ($50\,000 < Ra < 700\,000$), de l'amplitude des protubérances ($0 < a < 0,55$), de l'angle d'inclinaison ($0^\circ < \theta < 180^\circ$). Quelques applications pratiques du système étudié ont été également analysées.

ABSTRACT

The present work concerns the numerical study of mixed convection in a rectangular channel whose one of the channel walls equipped by sinusoidal protuberances on which the heating of this system is made. The upper wall, the walls upstream and downstream of the protuberances are adiabatic. This phenomenon is mathematically described by the Navier - Stokes equations and by the energy conservation equation, they are solved by an explicit finite difference method. FORTRAN software is used for numerical simulation in order to calculate the temperature and the stream function within the channel. The numerical code is validated by the published literature results. Our results were also compared with those given by the ANSYS FLUENT 2022 R1 software. The results obtained from the numerical simulation are presented in the form of isotherms, streamlines, temporel signal of the temperature recorded within the flow, amplitude spectrum and phase portrait of the signal of the local and average temperatures at the outlet of the channel, local and average Nusselt numbers, temporal evolution of the average temperature at the outlet of the channel and the velocity profile upstream, at the top and downstream of the protuberances. In this study, the analysis of several control parameters that can influence the structure of the flow and the heat transfer was made such as : the effect of Reynolds number ($100 < Re < 900$), Richardson number ($0 < Ri < 75$), Rayleigh number ($50\,000 < Ra < 700\,000$), protuberances amplitude ($0 < a < 0,55$), inclination angle ($0^\circ < \theta < 180^\circ$). Some practical applications of the studied system were also analyzed.

Nomenclature

Lettres latines

a	amplitude des protubérances, m
C_p	chaleur spécifique, $J/kg.K$
g	accélération de pesanteur, m/s^2
H	hauteur du canal, m
h	coefficient de transfert thermique, $W/m^2.K$
L	longueur du canal, m
l_0	longueur des protubérances, m
l_1	longueur de la paroi en amont des protubérances, m
l_2	longueur de la paroi en aval des protubérances, m
Nu	Nombre de Nusselt
p	période des protubérances, m
Pr	Nombre de Prandtl
q	flux de chaleur, W/m^2
Ra	Nombre de Rayleigh
Re	Nombre de Reynolds
Ri	Nombre de Richardson
T	température, K
t	temps, s
T_0	température ambiante, K
T_p	température de la paroi chaude, K
u, v	composantes de la vitesse, m/s
u^+, v^+	composantes adimensionnelles de la vitesse
U_e	vitesse du fluide à l'entrée du canal, m
x, y	coordonnées cartésiennes, m
x^+, y^+	coordonnées adimensionnelles

Lettres grecques

α	diffusivité thermique, m/s^2
β	coefficient de l'expansion thermique, $1/K$
λ	conductivité thermique, $W/m.K$
μ	viscosité dynamique, $kg/m.s$
ν	viscosité cinématique, m/s^2
Ω	vorticité, s^{-1}
Ω^+	vorticité adimensionnelle,
ψ	fonction de courant, m^2/s
ψ^+	fonction de courant adimensionnelle
ρ	masse volumique, kg/m^3
τ	temps adimensionnel
θ	angle d'inclinaison du canal
ξ, η	coordonnées homotopiques, m

Exposants et indices

+	grandeurs adimensionnelles
0	valeurs initiales

Table des matières

Remerciements	i
Résumé	ii
Abstract	iii
Nomenclature	iv
Introduction générale	1
1 ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE	3
1.1 Transfert thermique dans un canal	3
1.2 Transfert thermique dans une cavité	8
2 DESCRIPTION ET FORMULATION MATHÉMATIQUE DU PROBLÈME	13
2.1 Introduction	13
2.2 Modèle physique	13
2.3 Modèle mathématique	14
2.3.1 Hypothèses simplificatrices	14
2.3.2 Mise en équations du problème	15
2.3.2.1 Equations des transferts	15
2.3.2.2 Nombre de Nusselt local et moyen	17
2.4 Adimensionnalisation des équations	18
2.4.1 Les variables adimensionnelles	18
2.4.2 Les nombres adimensionnels	18
2.4.3 Equations de transfert adimensionnelles	19
2.5 Transformations des équations	21
2.5.1 Transformation des coordonnées	21

3	METHODE DE RÉOLUTION DES ÉQUATIONS DE TRANSFERT	24
3.1	Introduction	24
3.2	Méthodologie générale	24
3.3	Discretisation des équations	25
3.3.1	Equations discrétisées	25
3.4	Etude de maillage	29
3.5	Validation du code de calcul	31
3.6	Algorithme de résolution et organigramme	36
3.6.1	Algorithme de résolution	36
3.6.2	Organigramme de calcul	37
3.7	Conclusion	39
4	PRÉSENTATION DES RÉSULTATS ET DISCUSSION	40
4.1	Introduction	40
4.2	Paramètres géométriques et caractéristiques	40
4.3	Canal horizontal	41
4.3.1	Introduction	41
4.3.2	Régime stable	41
4.3.3	Régime oscillatoire périodique.	44
4.3.3.1	Le point limite	44
4.3.3.2	Le cycle limite	44
4.3.4	Cascade sous harmonique	48
4.3.5	Régime chaotique	49
4.3.6	Récapitulation sur la transition vers le chaos	50
4.4	Canal à inclinaison variable	51
4.4.1	Introduction	51
4.4.2	Influence de l'angle d'inclinaison	51
4.4.2.1	Régime stable	51
4.4.2.2	Régime oscillatoire et chaotique	60
4.5	Canal incliné à 12°	63
4.5.1	Influence du nombre de Richardson	63
4.5.1.1	Introduction	63
4.5.2	Récapitulation	66
4.6	Canal incliné à 75°	67
4.6.1	Introduction	67
4.6.2	Influence du nombre de Reynolds	67
4.6.3	Influence du nombre de Rayleigh	74
4.6.4	Influence de l'amplitude des protubérances	80
4.6.5	Analyse du nombre de Nusselt	85
4.6.5.1	Nombre de Nusselt local	85
4.6.5.2	Nombre de Nusselt moyen	87

4.6.6	Récapitulation	88
4.7	Conclusion	88
5	APPLICATION	90
5.1	Introduction	90
5.2	Modèle physique	91
5.3	Modèle 1	92
5.3.1	Ouverture de sortie en position basse	92
5.3.1.1	Influence de la densité de flux de chaleur	92
5.3.1.2	Influence de la vitesse	94
5.3.2	Ouverture de sortie en position mi - hauteur	97
5.3.2.1	Influence de la densité de flux de chaleur	97
5.3.2.2	Influence de la vitesse	99
5.3.3	Ouverture de sortie en position haute	101
5.3.3.1	Influence de la densité de flux de chaleur	101
5.3.3.2	Influence de la vitesse	103
5.3.4	Comparaison entre les configurations 1, 2 et 3	104
5.3.5	Evolution temporelle des lignes de courant et des isothermes	105
5.3.6	Armoire de séchage avec des obstacles	110
5.4	Modèle 2	111
5.4.1	Canal avec une enceinte sans obstacle	111
5.4.1.1	Comparaison entre les configurations 1 et 2	112
5.4.2	Canal avec une enceinte contenant un obstacle	113
5.4.2.1	Comparaison entre les configurations 3 et 4	114
5.4.2.2	Influence de la taille de l'obstacle	115
5.4.2.3	Comparaison entre les configurations 5 et 6	116
5.4.2.4	Influence de la densité de flux de chaleur et de la vitesse	117
5.4.2.4.1	Influence de la densité de flux de chaleur	117
5.4.2.4.2	Influence de la vitesse	120
5.5	Conclusion	123
	Conclusion générale	124
	Bibliographie	127

Table des figures

2.1	Représentation schématique du système	14
3.1	Représentation schématique du maillage du domaine	25
3.2	Effet du maillage sur la température aux points $x = 6,25$ et $y = -0,5$	30
3.3	Variations temporelles de la température adimensionnelle aux points $x = 6,25$ et $y = -0,5$ pour différents maillages.	30
3.4	Comparaison de lignes de courant pour $Ri = 10$	32
3.5	Comparaison des isothermes pour $Ri = 10$	32
3.6	Comparaison du profil de vitesse verticale à $y = 0,5$	32
3.7	Comparaison des profils de la température adimensionnelle en fonction de y/L pour $Re = 1195$, $H/L = 0,2$, $Ra = 10^5$	33
3.8	Comparaison du profil de la vitesse U au point $x = 0,77$ pour $Ra = 10^3$ et $Gr/Re^2 = 3$.	33
3.9	Comparaison de la distribution du nombre de Nusselt local le long de la paroi chauffée plane pour $Re = 1195$, $H/L = 0,2$, $Ra = 10^5$	34
3.10	Comparaison des lignes de courant et isothermes pour $Ri = 5$ et $Gr = 1\,000\,000$	34
3.11	Comparaison de la lignes de courant et des isothermes pour $Re = 100$ et $Ri = 1,5$.	35
3.12	Comparaison de lignes de courant pour $Ri = 100$ et $Re = 100$	35
3.13	Comparaison des isothermes pour $Ri = 100$ et $Re = 100$	36
3.14	Comparaison de lignes de courant obtenues à l'aide du logiciel ANSYS FLUENT (a) avec celles obtenues par notre code de calcul (b).	36
3.15	Comparaison des isothermes obtenues à l'aide du logiciel ANSYS FLUENT (a) avec celles obtenues par notre code de calcul (b).	36
3.16	Organigramme de calcul.	38
4.1	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Ri = 2$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$	41
4.2	Signal temporel pour $Ri = 2$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$	42
4.3	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Ri = 5$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$	42
4.4	Signal temporel pour $Ri = 5$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$	42

4.5	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Ri = 10$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$.	43
4.6	Signal temporel pour $Ri = 10$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$.	43
4.7	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Ri = 15$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$.	43
4.8	Signal temporel pour $Ri = 15$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$.	43
4.9	Signal temporel (a) et portrait de phase (b) pour $Ri = 15$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$.	44
4.10	Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $Ri = 17$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$.	45
4.11	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Ri = 17$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$, $\theta = 0^\circ$ et $t = t_0$.	45
4.12	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Ri = 17$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$, $\theta = 0^\circ$ et $t = t_0 + \tau/5$.	45
4.13	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Ri = 17$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$, $\theta = 0^\circ$ et $t = t_0 + 2\tau/5$.	45
4.14	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Ri = 17$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$, $\theta = 0^\circ$ et $t = t_0 + 3\tau/5$.	46
4.15	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Ri = 17$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$, $\theta = 0^\circ$ et $t = t_0 + 4\tau/5$.	46
4.16	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Ri = 17$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$, $\theta = 0^\circ$ et $t = t_0 + \tau$.	46
4.17	Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $Ri = 30$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$.	47
4.18	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Ri = 30$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$.	47
4.19	Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $Ri = 50$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$.	47
4.20	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Ri = 50$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$.	48
4.21	Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $Ri = 55$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$.	48
4.22	Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $Ri = 60$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$.	48
4.23	Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $Ri = 62,5$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$.	49
4.24	Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $Ri = 65$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$.	49
4.25	Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $Ri = 70$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$.	50

4.26	Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $Ri = 75$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$.	50
4.27	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $\theta = 0^\circ$, $Ra = 239\ 625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$.	51
4.28	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $\theta = 10^\circ$, $Ra = 239\ 625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$.	52
4.29	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $\theta = 15^\circ$, $Ra = 239\ 625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$.	52
4.30	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $\theta = 20^\circ$, $Ra = 239\ 625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$.	52
4.31	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $\theta = 30^\circ$, $Ra = 239\ 625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$.	53
4.32	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $\theta = 45^\circ$, $Ra = 239\ 625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$.	53
4.33	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $\theta = 60^\circ$, $Ra = 239\ 625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$.	54
4.34	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $\theta = 75^\circ$, $Ra = 239\ 625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$.	54
4.35	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $\theta = 90^\circ$, $Ra = 239\ 625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$.	55
4.36	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $\theta = 105^\circ$, $Ra = 239\ 625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$.	55
4.37	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $\theta = 120^\circ$, $Ra = 239\ 625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$.	56
4.38	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $\theta = 135^\circ$, $Ra = 239\ 625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$.	56
4.39	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $\theta = 150^\circ$, $Ra = 239\ 625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$.	57
4.40	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $\theta = 165^\circ$, $Ra = 239\ 625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$.	57
4.41	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $\theta = 180^\circ$, $Ra = 239\ 625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$.	57
4.42	Influence de l' angle d'inclinaison sur le profil de température à la sortie du canal pour $Ra = 239\ 625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$.	58
4.43	Influence de l' angle d'inclinaison sur la température moyenne à la sortie du canal pour $Ra = 239\ 625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$.	59
4.44	Evolution temporelle de la température moyenne à la sortie du canal pour différentes valeurs de l' angle d' inclinaison θ avec $Ra = 239\ 625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$.	59

4.45	Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $\theta = 6^\circ$, $Ri = 60$, $Re = 150$, $a = 0,25$ et $p = 3$.	60
4.46	Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $\theta = 6,5^\circ$, $Ri = 60$, $Re = 150$, $a = 0,25$ et $p = 3$.	61
4.47	Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $\theta = 7^\circ$, $Ri = 60$, $Re = 150$, $a = 0,25$ et $p = 3$.	61
4.48	Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $\theta = 7,75^\circ$, $Ri = 60$, $Re = 150$, $a = 0,25$ et $p = 3$.	61
4.49	Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $\theta = 8,25^\circ$, $Ri = 60$, $Re = 150$, $a = 0,25$ et $p = 3$.	62
4.50	Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $\theta = 8,75^\circ$, $Ri = 60$, $Re = 150$, $a = 0,25$ et $p = 3$.	62
4.51	Signal de température pour $Ri = 60$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 12^\circ$.	63
4.52	Signal de température pour $Ri = 62$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 12^\circ$.	63
4.53	Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $Ri = 63$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 12^\circ$.	63
4.54	Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $Ri = 64$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 12^\circ$.	64
4.55	Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $Ri = 64,5$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 12^\circ$.	64
4.56	Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $Ri = 65$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 12^\circ$.	64
4.57	Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $Ri = 66$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 12^\circ$.	65
4.58	Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $Ri = 67$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 12^\circ$.	65
4.59	Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $Ri = 68$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 12^\circ$.	65
4.60	Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $Ri = 70$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 12^\circ$.	66
4.61	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Re = 100$, $Ra = 28\,400$, $Ri = 4$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.	67
4.62	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Re = 300$, $Ra = 28\,400$, $Ri = 0,44$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.	68
4.63	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Re = 500$, $Ra = 28\,400$, $Ri = 0,16$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.	68
4.64	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Re = 700$, $Ra = 28\,400$, $Ri = 0,08$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.	69
4.65	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Re = 900$, $Ra = 28\,400$, $Ri = 0,04$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.	69

4.66	Effet de Re sur le profil de température à la sortie du canal pour $Ra = 28\,400$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$	70
4.67	Effet de Re sur la température moyenne à la sortie du canal pour $Ra = 28\,400$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$	70
4.68	Evolution temporelle de la température moyenne à la sortie du canal pour différentes valeurs de Re avec $Ra = 28\,400$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$	71
4.69	Répartition de la vitesse U suivant Y au point $X = 1,25$ (au début des protubérances), $X = 3,75$ (au sommet des protubérances) et $X = 6,25$ (à la fin des protubérances) pour $Re = 100$, $Ra = 28\,400$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$	72
4.70	Répartition de la vitesse U suivant Y au point $X = 1,25$ (au début des protubérances), $X = 3,75$ (au sommet des protubérances) et $X = 6,25$ (à la fin des protubérances) pour $Re = 300$, $Ra = 28\,400$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$	72
4.71	Répartition de la vitesse U suivant Y au point $X = 1,25$ (au début des protubérances), $X = 3,75$ (au sommet des protubérances) et $X = 6,25$ (à la fin des protubérances) pour $Re = 500$, $Ra = 28\,400$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$	73
4.72	Répartition de la vitesse U suivant Y au point $X = 1,25$ (au début des protubérances), $X = 3,75$ (au sommet des protubérances) et $X = 6,25$ (à la fin des protubérances) pour $Re = 700$, $Ra = 28\,400$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$	73
4.73	Répartition de la vitesse U suivant Y au point $X = 1,25$ (au début des protubérances), $X = 3,75$ (au sommet des protubérances) et $X = 6,25$ (à la fin des protubérances) pour $Re = 900$, $Ra = 28\,400$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$	74
4.74	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Ra = 100\,000$, $Re = 150$, $Ri = 6,259$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$	75
4.75	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Ra = 300\,000$, $Re = 150$, $Ri = 18,77$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$	75
4.76	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Ra = 500\,000$, $Re = 150$, $Ri = 31,29$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$	76
4.77	Lignes de courant (a) et isothermes (b) $Ra = 700\,000$, $Re = 150$, $Ri = 43,81$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$	76
4.78	Lignes de courant (a) et isothermes (b) $Ra = 1\,000\,000$, $Re = 150$, $Ri = 62,59$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$	77
4.79	Effet de Ra sur le profil de température à la sortie du canal pour $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$	77
4.80	Effet de Ra sur la température moyenne à la sortie du canal pour $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$	78
4.81	Evolution temporelle de la température moyenne à la sortie du canal pour différentes valeurs de Ra avec $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$	78
4.82	Répartition de la vitesse U suivant Y au point $X = 12,5$ (au début des protubérances) pour différentes valeurs de Ra pour $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$	79

4.83 Répartition de la vitesse U suivant Y au point $X = 110$ (au sommet des protubérances) pour différentes valeurs de Ra pour $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$	79
4.84 Répartition de la vitesse U suivant Y au point $X = 125$ (à la fin des protubérances) pour différentes valeurs de Ra pour $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$	80
4.85 Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $a = 0$, $Re = 150$, $Ra = 239\ 625$, $Ri = 15$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$	80
4.86 Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $a = 0,05$, $Re = 150$, $Ra = 239\ 625$, $Ri = 15$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$	81
4.87 Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $a = 0,15$, $Re = 150$, $Ra = 239\ 625$, $Ri = 15$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$	81
4.88 Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $a = 0,25$, $Re = 150$, $Ra = 239\ 625$, $Ri = 15$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$	82
4.89 Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $a = 0,35$, $Re = 150$, $Ra = 239\ 625$, $Ri = 15$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$	82
4.90 Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $a = 0,45$, $Re = 150$, $Ra = 239\ 625$, $Ri = 15$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$	83
4.91 Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $a = 0,55$, $Re = 150$, $Ra = 239\ 625$, $Ri = 15$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$	83
4.92 Effet de l' amplitude des protubérances a sur le profil de température à la sortie du canal pour $Re = 150$, $Ri = 15$, $p = 3$, et $\theta = 75^\circ$	84
4.93 Effet de l' amplitude des protubérances a sur la température moyenne à la sortie du canal pour $Re = 150$, $Ri = 15$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$	84
4.94 Evolution temporelle de la température moyenne à la sortie du canal pour différentes valeurs de l' amplitude des protubérances a avec $Ra = 239\ 625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$	85
4.95 Variation du nombre de Nusselt local pour différentes valeurs de Re avec $Ra = 28\ 400$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$	86
4.96 Variation du nombre de Nusselt local pour différentes valeurs de Ra avec $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$	86
4.97 Variation du nombre de Nusselt moyen pour différentes valeurs de Re avec $Ra = 239\ 625$, $Ri = 15$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$	87
4.98 Variation du nombre de Nusselt moyen pour différentes valeurs de Ra avec $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$	88
5.1 Représentation schématique du système 1.	91
5.2 Représentation schématique du système 2.	91
5.3 Représentation schématique du système 3.	92
5.4 Représentation schématique du boîtier de séchage avec une ouverture de sortie en position basse.	92
5.5 Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $q = 300\ W/m^2$ et $U = 0,1\ m/s$	93
5.6 Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $q = 350\ W/m^2$ et $U = 0,1\ m/s$	93

5.7	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $q = 400 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$.	93
5.8	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $q = 450 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$.	93
5.9	Effet de la densité de flux de chaleur sur la température moyenne à l'intérieur de l'enceinte pour $U = 0,1 \text{ m/s}$.	94
5.10	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $U = 0,07 \text{ m/s}$ et $q = 300 \text{ W/m}^2$.	95
5.11	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $U = 0,08 \text{ m/s}$ et $q = 300 \text{ W/m}^2$.	95
5.12	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $U = 0,09 \text{ m/s}$ et $q = 300 \text{ W/m}^2$.	95
5.13	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $U = 0,1 \text{ m/s}$ et $q = 300 \text{ W/m}^2$.	95
5.14	Effet de la vitesse de l'air sur la température moyenne à l'intérieur de l'enceinte pour $q = 300 \text{ W/m}^2$.	96
5.15	Représentation schématique du boîtier de séchage avec une ouverture de sortie en position mi - hauteur.	97
5.16	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$.	97
5.17	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $q = 350 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$.	97
5.18	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $q = 400 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$.	98
5.19	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $q = 450 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$.	98
5.20	Effet de la densité de flux de chaleur sur la température moyenne à l'intérieur de l'enceinte pour $U = 0,1 \text{ m/s}$.	98
5.21	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $U = 0,07 \text{ m/s}$ et $q = 300 \text{ W/m}^2$.	99
5.22	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $U = 0,08 \text{ m/s}$ et $q = 300 \text{ W/m}^2$.	99
5.23	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $U = 0,09 \text{ m/s}$ et $q = 300 \text{ W/m}^2$.	99
5.24	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $U = 0,1 \text{ m/s}$ et $q = 300 \text{ W/m}^2$.	100
5.25	Effet de la vitesse de l'air sur la température moyenne à l'intérieur de l'enceinte pour $q = 300 \text{ W/m}^2$.	100
5.26	Représentation schématique du boîtier de séchage avec une ouverture de sortie en position haute.	101
5.27	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$.	101
5.28	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $q = 350 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$.	101
5.29	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $q = 400 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$.	102
5.30	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $q = 450 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$.	102
5.31	Effet de la densité de flux de chaleur sur la température moyenne à l'intérieur de l'enceinte pour $U = 0,1 \text{ m/s}$.	102
5.32	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $U = 0,07 \text{ m/s}$ et $q = 300 \text{ W/m}^2$.	103
5.33	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $U = 0,08 \text{ m/s}$ et $q = 300 \text{ W/m}^2$.	103
5.34	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $U = 0,09 \text{ m/s}$ et $q = 300 \text{ W/m}^2$.	103
5.35	Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $U = 0,1 \text{ m/s}$ et $q = 300 \text{ W/m}^2$.	104
5.36	Effet de la vitesse de l'air sur la température moyenne à l'intérieur de l'enceinte pour $q = 300 \text{ W/m}^2$.	104
5.37	Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1 \text{ m/s}$, $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $t = 1 \text{ s}$.	105
5.38	Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1 \text{ m/s}$, $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $t = 2 \text{ s}$.	105

5.39 Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1 \text{ m/s}$, $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $t = 3\text{s}$. .	105
5.40 Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1 \text{ m/s}$, $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $t = 4\text{s}$. .	106
5.41 Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1 \text{ m/s}$, $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $t = 5\text{s}$. .	106
5.42 Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1 \text{ m/s}$, $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $t = 6\text{s}$. .	106
5.43 Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1 \text{ m/s}$, $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $t = 7\text{s}$. .	106
5.44 Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1 \text{ m/s}$, $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $t = 8\text{s}$. .	107
5.45 Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1 \text{ m/s}$, $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $t = 9\text{s}$. .	107
5.46 Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1 \text{ m/s}$, $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $t = 10\text{s}$.	107
5.47 Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1 \text{ m/s}$, $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $t = 15\text{s}$.	107
5.48 Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1 \text{ m/s}$, $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $t = 60\text{s}$.	108
5.49 Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1 \text{ m/s}$, $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $t = 100\text{s}$.	108
5.50 Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1 \text{ m/s}$, $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $t = 900\text{s}$.	108
5.51 Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1 \text{ m/s}$, $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $t = 1800\text{s}$.	108
5.52 Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1 \text{ m/s}$, $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $t = 2700\text{s}$.	109
5.53 Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1 \text{ m/s}$, $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $t = 3600\text{s}$.	109
5.54 Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1 \text{ m/s}$, $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $t = 4500\text{s}$.	109
5.55 Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1 \text{ m/s}$, $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $t = 5400\text{s}$.	109
5.56 Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1 \text{ m/s}$ et $q = 300 \text{ W/m}^2$ (boîtier 1).	110
5.57 Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1 \text{ m/s}$ et $q = 300 \text{ W/m}^2$ (boîtier 2).	110
5.58 Configuration 1 : paroi ondulée en haut (a), configuration 2 : paroi ondulée en bas (b). .	111
5.59 Lignes de courant (a) et Isothermes (b) pour $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$ (configuration 1).	112
5.60 Lignes de courant (a) et Isothermes (b) pour $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$ (configuration 2).	112
5.61 Configuration 3 : paroi ondulée en haut (a), configuration 4 : paroi ondulée en bas (b). .	113
5.62 Lignes de courant (a) et Isothermes (b) pour $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$ (configuration 3).	114
5.63 Lignes de courant (a) et Isothermes (b) pour $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$ (configuration 4).	114
5.64 Configuration 5 : paroi ondulée en haut (a), configuration 6 : paroi ondulée en bas (b). .	115
5.65 Lignes de courant (a) et Isothermes (b) pour $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$ (configuration 5).	116
5.66 Lignes de courant (a) et Isothermes (b) pour $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$ (configuration 6).	116
5.67 Lignes de courant (a) et Isothermes (b) pour $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$	117
5.68 Lignes de courant (a) et Isothermes (b) pour $q = 350 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$	118
5.69 Lignes de courant (a) et Isothermes (b) pour $q = 400 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$	118
5.70 Lignes de courant (a) et Isothermes (b) pour $q = 450 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$	119
5.71 Effet de la densité de flux de chaleur sur la température moyenne à l'intérieur de l'enceinte pour $U = 0,1 \text{ m/s}$	119

5.72	Lignes de courant (a) et Isothermes (b) pour $U = 0,07$ m/s et $q = 300$ W/m ²	120
5.73	Lignes de courant (a) et Isothermes (b) pour $U = 0,08$ m/s et $q = 300$ W/m ²	121
5.74	Lignes de courant (a) et Isothermes (b) pour $U = 0,09$ m/s et $q = 300$ W/m ²	121
5.75	Lignes de courant (a) et Isothermes (b) pour $U = 0,1$ m/s et $q = 300$ W/m ²	122
5.76	Effet de la vitesse de l'air sur la température moyenne à l'intérieur de l'enceinte pour $q = 300$ W/m ²	122

Liste des tableaux

2.1	Variables réduites et grandeurs de référence.	18
2.2	Expressions des nombres adimensionnels.	19
3.1	Effet du maillage sur la fonction de courant moyenne.	31
4.1	Température moyenne à la sortie du canal pour différentes valeurs de l' angle d' inclinaison θ	60
5.1	Comparaison entre la température moyenne du fluide à l'intérieur de l'enceinte pour les boitiers 1 et 2 pour $U = 0,1$ m/s et $q = 300W/m^2$	111
5.2	Comparaison de la température moyenne à l'intérieur de l'enceinte pour les deux cas de configuration.	113
5.3	Comparaison de la température moyenne à l'intérieur de l'enceinte pour la paroi ondulée située en haut et pour celle en bas.	115
5.4	Comparaison entre la température moyenne à l'intérieur de l'enceinte pour la paroi ondulée située en haut et celle en bas.	117

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Dans le temps actuel, les phénomènes de transfert de chaleur entre fluide et paroi sont très développés dans plusieurs domaines technologiques dont, entre autres, la climatisation des bâtiments, le refroidissement des systèmes électroniques, les échangeurs de chaleur sur les installations industrielles et les capteurs solaires, etc.... Certains éléments présents dans l'écoulement comme, par exemple, les composants électroniques, constituent des obstacles générateurs de chaleur nécessitant de contrôler le transfert. Parfois, on dispose volontairement des obstacles dans le conduit d'écoulement tout simplement dans le but de modifier les caractéristiques thermiques de l'écoulement.

Dans ce travail, nous nous intéressons au transfert thermique par convection mixte, une superposition de la convection forcée et de la convection naturelle, dans notre cas. Ce dernier a fait l'objet de nombreux travaux de recherche tant au point de vue numérique qu'expérimental. La convection mixte a lieu lorsque le mouvement d'un fluide est dû aux effets conjugués d'une source thermique et d'une source mécanique dont les influences respectives sont comparables. Une telle coexistence peut favoriser ou contrarier l'écoulement et engendrant une grande influence sur le transfert de chaleur.

Nous rappelons que, la convection forcée est un mode de transfert de chaleur dans le mouvement du fluide est dû aux éléments extérieurs (pompe, ventilateur etc...) tandis que la convection naturelle a lieu lorsque le mouvement du fluide est dû à la différence de température entre deux zones différentes.

En outre, le système étudié dans le cadre de ce travail peut être utilisé en tant qu' échangeur de chaleur dans un système solaire. Afin d'améliorer l'échange de chaleur, un choix judicieux de la géométrie de la conduite d'écoulement s'avère indispensable. Les échangeurs de chaleur sont des éléments essentiels de toute installation thermique, aussi bien dans le domaine industriel que dans celui du bâtiment et plus particulièrement de l'énergie solaire thermique. L'optimisation de leurs propriétés fonctionnelles, en vue de garantir au mieux leur efficacité énergétique, nécessite de bien connaître les mécanismes des transferts de chaleur entre les éléments solides du système et le fluide qui véhicule l'énergie calorifique. Pour ce faire, la modélisation numérique est incontournable. Le travail nécessite ainsi une bonne maîtrise de la mécanique des fluides, de la thermique et des méthodes numériques.

Les objectifs principaux de ce travail est de comprendre le mécanisme physique du transfert de chaleur par convection mixte dans un canal, d'utiliser le canal en tant que capteur solaire pour produire de l'air chaud à la sortie et de simuler les applications pratiques du système étudié en associant le capteur solaire avec une enceinte semi - ouverte qui peut être une armoire de séchage par exemple. Le chauffage du système est effectué à travers la partie ondulée. Il est ainsi prévu d'identifier les paramètres influents et d'analyser leurs effets sur la structure de l'écoulement et sur le mécanisme du transfert de chaleur. Ces paramètres peuvent être la vitesse d'injection du fluide dans le canal, caractérisée par le nombre de Reynolds ; l'intensité du chauffage, caractérisée par le nombre

de Rayleigh ; les caractéristiques géométriques des protubérances sinusoïdales et l'inclinaison du canal.

Pour mieux traiter le problème et atteindre les objectifs, nous divisons cette étude en cinq parties :

- La première partie présente les études bibliographiques et l'état de l'art se rapportant sur les différents travaux concernant le problème du transfert de chaleur par convection dans un canal, dans une cavité et dans une autre géométrie.

- La deuxième partie est consacrée à la description et à la formulation mathématique du problème sur laquelle nous donnons les équations qui régissent le transfert d'impulsion et de la chaleur au sein du canal telles que : l'équation de continuité, l'équation de la quantité de mouvement et l'équation de l'énergie. Aussi, l'adimensionnalisation et la transformation des équations à l'aide de la transformation homotopique sont donnés dans cette partie.

- La méthode de résolution des équations du transfert ainsi que la validation du code de calcul sont développées dans la troisième partie. Les équations de transfert sont discrétisées et résolues par un schéma explicite aux différences finies.

- La présentation des résultats et la discussion sont données à la quatrième partie.

- Enfin, les applications pratique du système étudié sont présentées dans la dernière partie.

Le présent mémoire est terminé par une conclusion générale dans laquelle nous résumons les points essentiels de notre travail et nous présentons les perspectives qui pourraient être envisagées dans le futur.

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

Dans ce chapitre, nous présentons la phénoménologie de transfert thermique et le comportement de l'écoulement d'un fluide dans des systèmes présentant des obstacles. Le développement de la technologie, aussi bien dans les systèmes électroniques que dans les installations industrielles, s'accompagne des phénomènes de transfert de chaleur au sein de ces systèmes, puisque ceux-ci sont souvent générateurs de chaleur. Devant le contexte énergétique actuel, maîtriser l'énergie devient une grande nécessité. À cet effet, il faut, le plus souvent, passer par l'optimisation des organes composant le système. Comme les recherches expérimentales coutent très chères, il est indispensable de recourir à la recherche fondamentale et aux simulations numériques pour pouvoir étudier et prédire le mécanisme du transfert de chaleur sur un système donné.

En effet, beaucoup de travaux ont été déjà développés sur le transfert thermique par convection dans des canaux et des cavités, soit en convection naturelle pure, soit en convection forcée et soit en convection mixte mais avec des obstacles ayant des formes géométriques simples et non sinusoïdales.

1.1 Transfert thermique dans un canal

Ramilson [1] a étudié numériquement le transfert de la chaleur par convection mixte dans un canal horizontal incliné présentant des blocs rectangulaires sur la paroi inférieure. Il a analysé le comportement de l'écoulement pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh ($200 < Ra < 18000000$), du facteur de forme ($1 < A < 20$) et de l'angle d'inclinaison du canal ($2^\circ < \phi < 80^\circ$). D'après l'analyse, Ramilson a constaté que pour une faible valeur du nombre de Rayleigh, le transfert convectif est très faible, le transfert conductif domine. Au fur et à mesure, on augmente Ra , le transfert de la chaleur devient intense. L'influence du facteur de forme sur la structure d'écoulement et sur le transfert de la chaleur montre que plus le facteur de forme est élevé, plus le nombre de la cellule convective augmente. Il a remarqué que la variation de l'angle d'inclinaison du canal s'influe sur l'échange thermique, l'augmentation de cet angle engendre une diminution de l'intensité du transfert thermique entre les blocs chauffants et le fluide.

L. Bammou et al. [2] ont réalisé une étude de la convection mixte dans un canal horizontal. Ils ont analysé l'effet du nombre de Reynolds ($5 < Re < 20$) et celui du nombre de Marangoni ($0 < Ma < 500$) sur le nombre de Nusselt moyen à travers de la surface chaude. Ils ont constaté que l'augmentation du nombre de Reynolds génère un développement de tourbillons convectifs longitudinaux en aval de l'entrée du canal tandis que l'augmentation du nombre de Marangoni améliore le transfert de chaleur convectif.

R. Taher et al. [3] ont aussi étudié la convection mixte dans un canal rectangulaire horizontal chauffé de manière uniforme par le bas. Leur analyse porte essentiellement sur l'influence du nombre de Rayleigh ($0 < Ra < 10^6$) et du nombre de Reynolds ($50 < Re < 100$) sur l'écoulement. Ils ont montré que le transfert de chaleur s'améliore avec l'augmentation de Ra et de Re . De plus, ils ont remarqué que le nombre de Nusselt pour la convection mixte est toujours supérieur à celui obtenu en convection forcée pure.

B. Abdellah et al. [4] ont étudié la convection naturelle dans un canal vertical comportant une protubérance sinusoïdale. Les auteurs ont analysé l'influence de l'amplitude de la protubérance sur la structure de l'écoulement et sur le transfert thermique. Ils ont pris trois valeurs différentes de l'amplitude comprises entre 0,125 et 0,5. Ils ont remarqué que l'augmentation de cette amplitude de la protubérance joue un rôle très important sur le transfert de la chaleur. Ils ont aussi examiné les variations du nombre de Nusselt le long de la paroi chaude et ont constaté que ce nombre est très élevé au sommet de la protubérance et diminue au fur et à mesure que l'on se déplace dans la direction positive. De plus sa valeur maximale augmente avec l'augmentation de l'amplitude de la protubérance.

E. Chenier et al. [5] ont mené une étude de la convection naturelle d'air dans un canal vertical asymétriquement chauffé à flux imposé. Dans ce travail, les auteurs ont considéré quatre jeux de conditions aux limites pour les frontières ouvertes (parois supérieure et inférieure). Ils ont examiné le nombre de Nusselt le long de la paroi chaude. Les résultats montrent que les transferts de chaleur et l'écoulement sont fortement influencés par le choix des conditions aux limites.

N. Boulkroune et al. [6] ont fait une étude numérique de la convection naturelle laminaire dans un canal vertical comportant un élargissement brusque. Ils ont analysé le coefficient moyen du transfert thermique et ont trouvé que l'augmentation de la température imposée sur les parois latérales et du rapport entre les sections droites provoquent une augmentation du nombre de Nusselt. Par ailleurs, des zones de recirculation se forment après le seuil d'élargissement. L'étendue de ces zones dépend aussi de la température des parois et de l'élargissement du canal.

B. Abdellah et al. [7] ont mené une étude du transfert thermique par convection naturelle dans un canal vertical dont l'une des parois comporte un obstacle sinusoïdale. Dans ce travail, les auteurs

ont analysé l'influence du rapport de l'amplitude de l'obstruction, du nombre de Rayleigh et de la position de l'obstruction, sur les champs de températures et sur la structure de l'écoulement. Ils ont remarqué que lorsqu'on augmente la taille de l'obstruction sinusoïdale, c'est - à - dire que la surface d'échange augmente, le transfert thermique baisse d'intensité à cause de la diminution du débit massique et de la présence des zones de recirculation. Ils ont aussi examiné le nombre de Nusselt local et constaté qu'au sommet de l'obstruction, les transferts convectifs sont très intenses et le déplacement de l'obstruction vers l'entrée du canal favorise un transfert de chaleur très important.

C. Gau, et al. [8] ont effectué une étude expérimentale de la convection mixte dans un canal horizontal chauffé par le côté. Pour pouvoir visualiser l'écoulement, ils ont réalisé les parois du canal avec un matériau transparent. Le flux de chaleur est produit à l'aide d'une résistance chauffante. Les températures sur plusieurs points de mesure sont enregistrées lorsque le système atteint un état stable. Ils ont analysé l'effet du nombre de Reynolds et du nombre de Richardson sur le transfert de chaleur. Ils ont ainsi noté que la variation du nombre de Reynolds n'a aucun effet sur la taille, la forme et l'emplacement de la zone de recirculation. Lorsqu' on augmente le paramètre de flottabilité, les particules chaudes s'accumulent dans la zone supérieure du canal. Cela engendre une réduction du transfert thermique. Par ailleurs, ils ont comparé le nombre de Nusselt pour deux dispositions différentes du canal : horizontale et verticale. Ils ont observé que, d'une part, le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation du paramètre de flottabilité, de l'autre, ce nombre est beaucoup plus grand pour le canal horizontal que pour celui vertical.

C. Tian et al. [9] ont étudié expérimentalement la convection mixte dans un canal asymétriquement chauffé, incliné et rectangulaire. Pour cela, ils ont visualisé l'écoulement pour identifier l'écoulement secondaire entraîné par la différence de températures dans le canal. Ensuite, la visualisation de l'écoulement a été faite pour différents angles d'inclinaison et toujours en régime laminaire. Ils ont constaté que l'augmentation de l'inclinaison du canal accentue l'instabilité thermique dans le canal. Ils ont également examiné la caractéristique de résistance de l'écoulement et du transfert de chaleur. En effet, ils ont constaté que le facteur de friction dans la convection mixte est plus grand que celui dans la convection forcée.

I. Y. Rosas et al. [10] ont étudié expérimentalement le transfert de chaleur par convection mixte dans un canal vertical muni d'un obstacle semi-cylindrique fixé sur une des parois et formant ainsi une constriction de l'écoulement. Ils ont analysé l'effet du nombre de Richardson sur l'écoulement et le comportement thermique pour un nombre de Prandtl fixe. Au cours de l'expérience, les images de visualisation de l'écoulement et l'analyse thermique confirment l'apparition de zones tourbillonnaires dans l'espace se trouvant au dessus de l'obstacle.

A. Kouidri et al. [11] ont réalisé une étude expérimentale d'une convection forcée dans un canal rectangulaire constitué de deux plaques chauffées par l'injection du flux de chaleur. Ce système peut être considéré comme échangeurs de chaleur à plaques. Dans l'expérience, ils ont utilisé des vitesses

comprises entre 0,04 et 0,086 m/s et des densités du flux de chaleur comprises entre 1,8 et 7,36 W/cm². Les auteurs établissent une nouvelle corrélation pour prédire la température du fluide en utilisant le nombre de Reynolds et le flux de chaleur sans dimension. Ils ont, entre autres, analysé les variations du nombre de Nusselt le long des parois et ont trouvé que la distribution n'est pas uniforme.

M. H. Esfe et al. [12] ont étudié la convection mixte en régime laminaire de nanofluides Al_2O_3 /eau dans un canal horizontal avec deux obstacles chauds montés sur la paroi inférieure. Dans ce travail, les auteurs ont utilisé l'algorithme de SIMPLER pour le couplage de la vitesse et de la pression, et le code FORTRAN pour résoudre les champs hydrodynamiques et les champs thermiques. Ils ont analysé les effets des dimensions des obstacles sur le nombre de Nusselt moyen. Les résultats montrent que pour une valeur élevée du nombre de Richardson, la convection naturelle prédomine, alors que pour une valeur faible de Ri, c'est la convection forcée prédomine. De plus, les lignes de courant sont déviées vers les parois supérieures lorsque l'écoulement se rapproche des obstacles chauds.

P. Cheng et al. [13] ont fait une étude expérimentale du transfert de chaleur par convection mixte dans un canal vertical avec un chauffage asymétrique des parois opposées. Ils ont analysé la distribution de la température en notant que la température près de la paroi chaude augmente à mesure qu'elle se rapproche de l'aval en raison de l'effet de chauffage tandis que la température près de la paroi refroidie diminue à mesure qu'elle se rapproche de l'aval à cause de l'effet de refroidissement de la paroi. Ils ont aussi examiné le nombre de Nusselt le long de la paroi chaude et remarqué que pour une faible valeur du nombre de Peclet, l'effet du nombre de Rayleigh devient important. Les auteurs ont pu déterminer la valeur limite du nombre de Rayleigh et Peclet (Ra/Pe) pour les trois régimes de convection.

P. Lage et al. [14] ont étudié numériquement le transfert de chaleur par convection mixte dans des canaux à ailettes horizontales chauffé vers le bas pour prédire le transfert de chaleur conjugué pour les écoulements turbulents. Les auteurs ont utilisé Ansys 12.1 pour la simulation numérique. Ils ont choisi le maillage corser et prenaient trois différentes valeurs de la température pour la surface chaude. Dans le but de vérifier la convergence du maillage, le taux de transfert de la chaleur totale à la surface chauffée et le profil de température ont été analysés. De plus, ils ont utilisé trois maillages et remarqué que aucune différence significative n'est observée sur le taux de transfert de chaleur et les profils de température. Ils ont noté que le troisième maillage (maillage très fin) est pertinent pour la simulation numérique. Selon l'analyse, ils ont observé que les taux de transfert de la chaleur obtenu par les deux modèles montrent l'importance de la convection naturelle tandis que l'autre montre l'imprévisibilité de la convection forcée.

N. Galanis et A. Behzadmehr [15] ont étudié analytiquement, numériquement et expérimentalement la convection mixte dans un canal vertical. D'après les résultats expérimentaux, les auteurs ont constaté que la transition entre les conditions laminares et turbulentes est à

$Re < 2000$. En ce qui concerne les solutions analytiques, il montre qu'avec une valeur fixe de Ri , la dissipation visqueuse minimise la valeur du nombre de Nusselt et augmente la valeur du coefficient de frottement. Le résultat numérique montre que pour un écoulement ascendant chauffé, des zones de recirculation apparaissent près du centre du canal alors qu'elles apparaissent à proximité de la paroi pour le refroidissement vers le haut.

A. E. Belaid [16] a étudié la convection mixte dans un canal vertical. Dans cette étude, l'écoulement est contrôlé par les différents nombres adimensionnels tels que le nombre de Richardson, nombre de Reynolds, nombre de Prandtl et le nombre de Grashof. L'auteur a utilisé la méthode des volumes finis pour la résolution des équations d'impulsion et transfert, il a choisi l'algorithme SIMPLE pour le couplage vitesse - pression. Il a examiné l'influence des forces de flottabilité sur la structure globale de l'écoulement, en fixant le nombre de Reynolds à 100 et en variant le nombre de Richardson $0,1 < Ri < 5$. La variation du nombre de Richardson ou le nombre de Grashof, en fixant le nombre de Reynolds favorise une intensification de la convection naturelle par rapport à la convection forcée. Après l'analyse du nombre de Richardson, il a constaté qu'à partir de Ri est égal à 1,5, des zones de recirculation apparaissent et leurs tailles augmentent avec le nombre de Richardson. Il a remarqué aussi que, le nombre de Nusselt est plus élevé pour Ri est égal à 0,1.

A. Hamouche [17] a mené une étude sur le refroidissement par convection mixte des composants électroniques montés dans un canal horizontal. Il a analysé les effets de la hauteur, la longueur et l'espacement des composants ainsi que du nombre de Reynolds sur la structure de l'écoulement et le transfert thermique. Les résultats montrent que l'augmentation de la hauteur des composants réduit l'échange thermique. Par contre, une augmentation de leur longueur et des espacements améliore le transfert de chaleur vers l'écoulement. Quant au nombre de Reynolds, pour des faibles valeurs, deux zones de recirculation composées de deux grandes cellules ont été remarquées. En augmentant Re , la taille des cellules diminue et elles finissent par se disparaître.

S. Habchi et S. Acharya [18] ont étudié la convection mixte laminaire dans un canal vertical dont l'une des parois est équipée d'un bloc rectangulaire. Ils ont examiné deux chauffages : chauffage asymétrique et symétrique. Les résultats indiquent que pour une faible valeur de Ri , la vitesse est maximale près de la paroi adiabatique pour le chauffage asymétrique. Avant et au niveau du blocage, le nombre de Nusselt moyen augmente avec l'augmentation de la valeur de Ri . Ils ont aussi comparé le nombre de Nusselt sur la paroi chauffée en présence de l'obstacle par celui sans obstacle et constaté que ce nombre est très petit pour le cas d'un canal muni de l'obstacle. Concernant le chauffage symétrique, ils ont noté que pour une valeur assez élevée du nombre de Rayleigh, l'effet de la convection naturelle prédomine près des parois en notant une diminution du pic de la vitesse au centre du canal. Pour une faible valeur de Ra , ils ont remarqué que les profils de la vitesse sont uniformes pour une valeur faible de Ra .

L. Martínez-Suástegui et C. Treviño [19] ont fait une étude numérique sur l'écoulement laminaire instationnaire de la convection mixte dans un canal vertical chauffé de manière différente et asymétrique. Ils ont analysés l'influence des effets de la force de flottabilité (nombre de Richardson) et d'inertie (nombre de Reynolds) sur l'évolution temporelle des champs de vitesse et de la température ainsi que sur le transfert de la chaleur global le long de la plaque chaude. Les résultats montrent que le régime d'écoulement est stable pour une faible valeur de Re et Ri . Pour le régime stable, Ils ont remarqué une apparition d'une zone de recirculation de faible intensité près de la paroi chaude. Cette zone devient intense avec l'augmentation de la valeur de Ri . Ils ont noté également que le régime devient oscillatoire lorsqu'on augmente la valeur du nombre de Reynolds et Richardson.

Barrios-Pina et al. [20] ont étudié numériquement l'écoulement de la convection mixte laminaire et transitionnel dans un canal horizontal présentant une marche vers l'arrière. Dans ce travail, les auteurs ont étudié le mécanisme de la transition de l'écoulement du régime stationnaire vers le régime chaotique lorsque l'on fait varier le nombre de Richardson. Pour cela, ils ont analysé le spectre d'amplitude et le portrait de phase de la série de température issue de la simulation numérique. Les résultats qu'ils ont obtenus montrent que lorsque le nombre de Richardson augmente, l'écoulement se déstabilise en passant par un régime oscillatoire périodique suivi d'une cascade de doublements de période avant d'aboutir au régime chaotique.

1.2 Transfert thermique dans une cavité

Y. Abid et al. [21] ont réalisé une étude numérique de la convection mixte dans une cavité ouverte en forme de 'T' munit de blocs chauffants. Ils ont analysé l'effet du nombre de Reynolds sur la structure de l'écoulement et sur le transfert thermique et montré l'existence des deux solutions différentes : écoulement extra - cellulaire et intra - cellulaire. Pour l'écoulement extra - cellulaire (E.E.C), l'écoulement est caractérisé par deux cellules convectives symétrique par rapport à l'axe verticale. Cette solution est obtenue à partir de $Re = 1000$, lorsqu'on diminue le nombre de Re , ils ont noté que cette solution existe encore en observant que la taille des cellules convectives diminue. Concernant l'écoulement intra - cellulaire (E.I.C), l'écoulement est caractérisé par une recirculation de deux cellules de faible intensité dans la zone supérieure de la cavité. Ce phénomène apparaît pour des faibles valeurs de Re (de l'ordre de 10). Ils ont noté également que la convection mixte s'installe lorsqu'on augmente Re à 70 et cette solution persiste jusqu'à $Re = 200$. En effet, ils ont constaté qu'avec la solution E.I.C l'échange thermique est assez efficace.

O. Mahrouche et al. [22] ont mené une étude sur la contribution de la convection mixte dans une cavité ouverte rectangulaire partitionnée munie des blocs chauffants. Ils ont analysé l'effet de la largeur B du bloc ($3/4$, $1/4$, $1/2$), l'effet du nombre de Reynolds ($10 < Re < 200$) et la quantité de la chaleur échangée. Les résultats montrent que plus la taille des blocs augmente plus le transfert de chaleur devient important. Avec une faible valeur de Re (10), des cellules de convection de forte intensité sont formées au sein de la cavité et elles prennent la même forme que du bloc. Au fur et à

mesure, on augmente le Re , ils ont remarqué que ces cellules deviennent moins intenses. En effet, ils ont noté que l'échange thermique augmente avec l'augmentation de la largeur du bloc ainsi que la convection naturelle prédomine pour une plage du nombre de Reynolds ($10 < Re < 100$). Au-delà de ($Re = 100$), l'écoulement forcé prend le dessus sur la convection naturelle.

M. Mourabi et al. [23] ont fait une étude numérique sur l'effet de l'inclinaison vers le sens anti-horaire d'une cavité en forme de T sur la structure de l'écoulement et sur le transfert de chaleur. La cavité est équipée par des blocs chauffés à température constante sur la paroi inférieure. Ils ont trouvé que, pour les faibles valeurs du nombre de Reynolds (de l'ordre de 100), l'augmentation de l'inclinaison entraîne la perte de la symétrie de la solution. Toutefois, en gardant la même inclinaison mais en augmentant le nombre de Reynolds, la symétrie est retrouvée. Par ailleurs, leurs résultats montrent que l'inclinaison de la cavité favorise le refroidissement du bloc gauche.

I. Zeghibid et al. [24] ont étudié numériquement la convection mixte laminaire dans une cavité carrée remplie de nano-fluides. Les auteurs ont utilisé différentes nanoparticules : cuivre - eau ($Cu - H_2O$), oxyde d'aluminium ou alumine - eau ($Al_2 O_3 - H_2O$), Argent - eau ($Ag - H_2O$) et dioxyde de titane - eau ($TiO_2 - H_2O$). Ils ont analysé l'effet du nombre de Rayleigh pour ($103 < Ra < 106$), l'effet du nombre de Reynolds pour ($1 < Re < 500$) pour les différents matériaux utilisés, la fraction volumique des nano-fluides sur le nombre de Nusselt moyen et les effets de l'emplacement des deux sources de chaleur. Les résultats montrent que l'utilisation des nanoparticules entraîne une augmentation de la conductivité thermique du fluide de base. Ils ont aussi remarqué que les nanoparticules cuivre - eau améliore le transfert de chaleur en notant également que la position de la source de la chaleur influe fortement sur la structure de l'écoulement, le champ thermique et le nombre de Nusselt.

M. Belhi et al. [25] ont réalisé une étude numérique de la convection mixte dans une cavité munie de plusieurs entrées. Dans cette étude, ils ont été intéressés à la variation du nombre d'entrées du fluide dans la cavité, ce nombre d'entrées varie de 1 à 32. L'analyse de l'évolution temporelle du nombre de Nusselt moyen est fait pour différents nombres d'entrées du fluide dans la cavité. Ils ont constaté que pendant le transfert de chaleur par conduction, le nombre de Nusselt moyen diminue brusquement, ensuite, il varie légèrement à cause de l'apparition des zones de recirculation et enfin, il diminue régulièrement et tend à se stabiliser à une valeur fixe. De plus, ils ont remarqué que pour le nombre d'entrée égal ou supérieur à 12, l'augmentation du nombre d'entrée du fluide dans la cavité entraîne une diminution insignifiante du nombre de Nusselt.

F. Zamzari et al. [26] ont effectué une étude de la convection mixte dans un écoulement affleurant une cavité ouverte. Dans cette étude, ils ont analysé l'effet de la variation des différents paramètres sur les champs thermique et dynamique, en variant le nombre de Reynolds ($200 < Re < 600$) ainsi que le nombre de Richardson ($0,5 < Ri < 2$) et le rapport de forme. Ils ont montré que le transfert de chaleur devient important lorsqu'on augmente les deux nombres (Ri et Re). D'une part,

l'augmentation du nombre de Reynolds entraine une intensification des cellules de convection. D'autre part, l'augmentation du nombre de Richardson provoque une augmentation des forces de flottabilité. Ils ont examiné aussi la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Richardson pour des différentes valeurs de Re . Les auteurs ont constaté que pour toute valeur de Re avec une augmentation du Ri , le nombre de Nusselt augmente. En revanche, Nu décroît si on augmente le rapport de forme. De plus, ils ont observé que la convection naturelle est plus importante par rapport à la convection forcée sur l'échange thermique.

M. U. Ahammad et al. [27] ont réalisé une étude numérique du paramètre déterminant la convection mixte dans une cavité contenant d'un bloc carré. Dans cette présente étude, les auteurs ont analysé l'effet du nombre de Hartmann ($0 < Ha < 100$), du nombre de Reynolds ($50 < Re < 500$) et du nombre de Prandtl ($0,071 < Pr < 7,1$) sur la structure de l'écoulement et le transfert thermique. Selon l'analyse, ils ont montré que, en absence du champ magnétique, c'est - à - dire que $Ha = 0$, l'écoulement est caractérisé par des lignes ouvertes qui écrasent les ouvertures d'entrée. Ils ont également noté que pour une valeur faible de Ha , de zone de vortex de faible intensité tournant dans le sens inverse des aiguilles d'une montre apparaît à l'entrée supérieure de la cavité tandis que pour une valeur élevée de Ha , les lignes de courant sont uniformes. Concernant l'effet du nombre de Prandtl, les auteurs ont remarqué que pour les trois valeurs plus élevées de Pr (1; 3; 7,1), il n'y a aucun changement significatif sur la structure de l'écoulement dans la région où la convection forcée prédomine alors qu'elle est influencée par la variation de Pr dans la région de la convection mixte et naturelle dominante. Ils ont également observé que le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation de Pr et la température moyenne diminue avec elle. De plus, l'analyse du nombre de Reynolds montre que pour des faibles valeurs de Re , l'écoulement diverge près de la source de chaleur et les lignes ouvertes sont symétriques les uns les autres. Pour des valeurs assez élevées de Re , un tourbillon apparaît dans la zone supérieure.

S. Kachi et al. [28] ont étudié la convection mixte dans une cavité à parois latérales mobiles et chauffés par le bas. Dans cette étude, ils ont pris deux valeurs du nombre de Richardson (41,4 et 41,5) pour voir l'évolution des champs dynamiques et thermiques. Avec $Ri = 41,4$, ils ont observé une apparition des zones de recirculation. Lorsqu'on augmente Ri à 41,5, l'écoulement devient symétrie avec une présence des quatre grandes cellules convectives. Quant aux champs thermiques, ils ont remarqué que l'augmentation du nombre de Richardson entraine une augmentation des températures au centre de la cavité. Concernant le nombre du Nusselt, ils ont constaté que Nu diminue régulièrement pour $Ri = 41,5$ tandis qu'il diminue brusquement avant qu'il se stabilise pour $Ri = 41,4$.

S. Zermane et al. [29] ont fait une étude numérique sur la convection mixte dans une cavité carrée ventilée. Les auteurs ont analysé la prédominance de la convection forcée et la convection naturelle. Le coefficient du transfert thermique est aussi examiné. Les résultats montrent que pour une faible valeur de nombre de Richardson, la convection forcée prédomine et il y a une formation

des cellules convectives. En revanche, lorsqu'on augmente ce nombre, évidemment la convection naturelle devient importante. Par ailleurs, ils ont remarqué que le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation du nombre de Grashof et diminue au premier temps et tend à se stabiliser avec l'augmentation du temps.

O. Aydin et W.J Yang [30] ont étudié le problème de la convection mixte dans une cavité carrée dont la paroi supérieure est adiabatique tandis que les parois verticales déplacent vers le bas avec une vitesse V_0 et une température froide notée T_f . Au centre de la paroi inférieure une source de la chaleur a été placée. Ils ont constaté que les deux forces causées par la convection mixte de la partie chauffée et du déplacement des parois latérales de la cavité n'influent pas sur la symétrie de l'écoulement, aucune rupture n'a été observée.

S. Saha et al. [31] ont fait une étude numérique sur la convection mixte dans une enceinte rectangulaire munie d'ouvertures. Dans leur étude, ils ont examiné l'effet des emplacements des ouvertures d'entrée et de sortie sur le nombre de Nusselt moyen au niveau de la surface chaude afin de déterminer la configuration qui conduit au meilleur échange thermique.

L. Tongazara et al. [32] ont étudié les routes vers le chaos en convection naturelle bidimensionnelle instationnaire dans une cavité carrée munie d'un obstacle adiabatique. Ils ont examiné l'influence du nombre de Rayleigh sur l'écoulement et sur l'échange thermique en notant que l'augmentation de Ra engendre une formation de cellules de recirculation de petite taille sur la partie inférieure et supérieure de la cavité inclinée et une instabilité du système caractérisée par la transition de l'état stationnaire vers l'état chaotique. Ils ont noté également que l'écoulement stable devient oscillatoire périodique puis quasi-périodique avant que le phénomène chaotique s'installe puis le comportement redevient périodique puis quasi-périodique, dans une fenêtre laminaire, avant l'installation définitive du chaos.

K. Tall et al. [33] ont mené une étude sur l'exploration des routes vers le chaos dans une enceinte annulaire thermiquement et mécaniquement entraînée. Sur ce système, les auteurs ont été intéressés par l'influence du nombre de Reynolds et du nombre de Richardson sur la structure de l'écoulement et sur le transfert de chaleur afin d'identifier l'apparition du phénomène chaotique. Ils ont noté que pour une valeur assez élevée de Re avec une faible valeur de Ri , quelques cellules convectives sont observées et le phénomène chaotique s'installe à partir de Ri égal à 10. Pour une faible valeur de Re , la formation des cellules convectives dépend de la valeur de Ri , le régime devient chaotique à partir de Ri égal à 100.

Dans un travail antérieur [34], nous avons réalisé une étude des transferts par convection forcée dans un canal rectangulaire muni d'une protubérance sinusoïdale. Les résultats obtenus montrent les faits essentiels suivants. En amont de l'obstacle, l'écoulement ne subit aucune perturbation et la répartition de température reste uniforme. En aval, le changement brusque de la section du canal

provoque la création de zones de vortex. Au fur et à mesure que le nombre de Reynolds augmente, le mouvement tourbillonnaire dans ces zones s'amplifie et les cellules convectives se rapprochent de la protubérance. Nous avons aussi comparé deux modes de chauffage de la protubérance et nous constatons que quel que soit le type de chauffage, aucun effet significatif n'a été observé sur la structure de l'écoulement et sur le transfert thermique.

En résumé, nous constatons que le transfert de chaleur par convection tient une grande place dans plusieurs domaines technologiques, c'est la raison pour laquelle beaucoup de chercheurs essayent de traiter et résoudre numériquement ou expérimentalement les différents types de problème sur le transfert thermique entre le fluide et la paroi dans différentes géométries.

DESCRIPTION ET FORMULATION MATHÉMATIQUE DU PROBLÈME

2.1 Introduction

Les phénomènes de transfert de chaleur et d'impulsion sont décrits par des équations aux dérivées partielles telles que les équations de Navier-Stokes et l'équation de conservation de l'énergie. Dans ce chapitre, nous formulons mathématiquement les équations de transfert et présentons les équations adimensionnelles ainsi que les équations transformées en utilisant la transformation homotopique.

2.2 Modèle physique

Le système étudié est constitué d'un canal à inclinaison variable de longueur L et de hauteur H délimité par deux parois dont la largeur est supposée très grande devant les autres dimensions. La paroi inférieure est équipée des protubérances sinusoïdales de longueur l_0 et de hauteur a . Le chauffage de ce système est fait à travers les protubérances. Elles sont maintenues à une température chaude constante T_p . Toutes les parois planes sont adiabatiques, c'est-à-dire qu'aucune chaleur ne les traverse ($q = 0$). Entre les deux parois, un fluide newtonien circule par convection forcée et en même temps l'échange de chaleur entre le fluide et la paroi produit le mouvement de la convection naturelle conduisant finalement à la convection mixte. Ce travail consiste à étudier numériquement les transferts d'impulsion et de chaleur par convection mixte qui se développe dans le canal. Nous associons à ce modèle un repère cartésien (O, x, y) , l'axe Ox étant orienté dans le sens de l'écoulement, confondu avec la paroi et l'axe Oy ascendant et perpendiculaire à cette dernière.

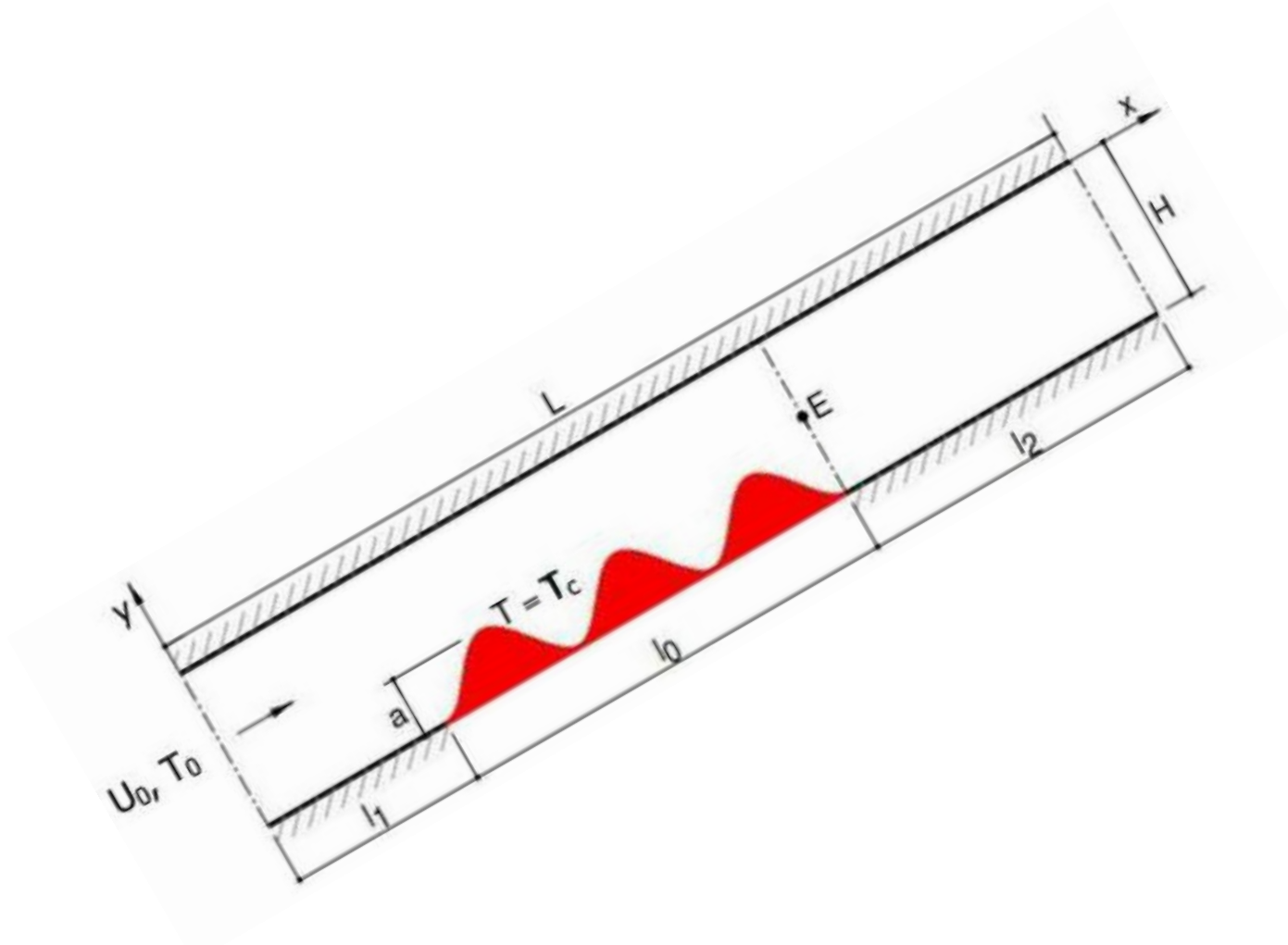


FIGURE 2.1 – Représentation schématique du système

2.3 Modèle mathématique

2.3.1 Hypothèses simplificatrices

Afin de simplifier la résolution du problème étudié, comme dans tous les phénomènes du couplage du transfert thermique et de la dynamique des fluides, nous adoptons les hypothèses simplificatrices suivantes :

- le fluide est incompressible,
- les transferts sont bidimensionnels et s'effectuent en régime laminaire et instationnaire,
- le transfert de chaleur par rayonnement et la dissipation visqueuse sont négligeables,
- les propriétés physiques du fluide sont supposées constantes (ρ , C_p , λ , α , μ et ν) sauf la masse volumique ρ qui est développée linéairement en fonction de la température pour l'évaluation de la force de la poussée d'Archimède dans l'équation du mouvement, c'est l'hypothèse de BOUSSINESQ :

$$\rho = \rho_0[1 - \beta(T - T_0)]$$

où, ρ_0 désigne la masse volumique du fluide à la température T_0 (température ambiante) et β représente le coefficient d'expansion thermique à la pression constante défini par la relation :

$$\beta = \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_P$$

2.3.2 Mise en équations du problème

2.3.2.1 Equations des transferts

Les équations de continuité et de Navier - Stokes régissent le phénomène hydrodynamique tandis que le transfert thermique est régi par l'équation de la chaleur.

Compte tenu des hypothèses simplificatrices formulées ci - dessus, les équations de transfert sont données par la relation suivante. Plus de détails concernant ces équations sont présentés dans l'annexe.

- Equation de continuité

Cette équation exprime la continuité de la matière et s'écrit pour un fluide incompressible :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.1)$$

- Equation du mouvement en formulation vorticité - fonction de courant

C'est l'équation de Navier - Stokes exprimée en fonction de la vorticité.

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + u \frac{\partial \Omega}{\partial x} + v \frac{\partial \Omega}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial y^2} \right) + \beta g \left(\frac{\partial T}{\partial x} \cos \theta - \frac{\partial T}{\partial y} \sin \theta \right) \quad (2.2)$$

- Equation de la vorticité

Cette équation relie la vorticité et la fonction de courant :

$$\Omega = - \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \right) \quad (2.3)$$

- Relation vitesse - fonction de courant

Les composantes de la vitesse sont exprimées en fonction de la fonction de courant.

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad \text{et} \quad v = - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (2.4)$$

- Equation de la chaleur

Le transfert thermique au sein du canal est régi par :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (2.5)$$

Avec,

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho C_p}, \text{ représente la diffusivité thermique du fluide.}$$

- Conditions initiales

Initialement (à $t = 0$) le fluide contenu dans le canal est immobile. Les composantes de la vitesse, la vorticité et la fonction de courant sont ainsi nulles. La température est uniforme, égale à T_0 .

$$u(x, y, t) = 0 \quad (2.6)$$

$$v(x, y, t) = 0 \quad (2.7)$$

$$\Omega(x, y, t) = 0 \quad (2.8)$$

$$\Psi(x, y, t) = 0 \quad (2.9)$$

$$T(x, y, t) = T_0 \quad (2.10)$$

- Conditions aux limites

Les conditions aux limites à l'entrée du canal, à la sortie du canal, sur la paroi inférieure et sur la paroi supérieure sont données ci - dessous.

- A l'entrée : $x = 0$

$$u(0, y, t) = U_e \quad (2.11)$$

Avec,

$$U_e = \begin{cases} U_0 \frac{t}{t_{Tr}} & \text{si } t < t_{Tr} \\ U_0 & \text{si } t \geq t_{Tr} \end{cases}$$

La relation ci - dessus signifie que la mise en vitesse du fluide est faite de manière progressive : la vitesse varie linéairement de 0 à U_0 pendant la phase transitoire $0 < t < t_{Tr}$ et reste constante et égale à U_0 à partir de $t = t_{Tr}$.

$$v(0, y, t) = 0 \quad (2.12)$$

$$\Omega(0, y, t) = 0 \quad (2.13)$$

$$\Psi(0, y, t) = U_e \cdot y \quad (2.14)$$

$$T(0, y, t) = T_0 \quad (2.15)$$

- Sur la paroi supérieure : $y = 0$

$$u(x, 0, t) = 0 \quad (2.16)$$

$$v(x, 0, t) = 0 \quad (2.17)$$

$$\Omega(x, 0, t) = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \quad (2.18)$$

$$\Psi(x, 0, t) = U_e \cdot H \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad (2.20)$$

- Sur la paroi inférieure : $y = -H$

$$u(x, -H, t) = 0 \quad (2.21)$$

$$v(x, -H, t) = 0 \quad (2.22)$$

$$\Omega(x, -H, t) = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \quad (2.23)$$

$$\Psi(x, -H, t) = 0 \quad (2.24)$$

Sur les parois adiabatiques : $0 \leq x \leq l_1$ et $l_1 + l_0 \leq x \leq L$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad (2.25)$$

Sur les protubérances : $l_1 \leq x \leq l_1 + l_0$

$$T(x, -H, t) = T_p \quad (2.26)$$

• A la sortie : $x = L$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (2.28)$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial x} = 0 \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = 0 \quad (2.30)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (2.31)$$

Ces équations signifient que, à la sortie du canal, les grandeurs ne changent plus dans la direction x de l'écoulement.

2.3.2.2 Nombre de Nusselt local et moyen

- Nombre de Nusselt local

Par définition, le nombre de Nusselt est défini par :

$$Nu = \frac{hH}{\lambda} \quad (2.32)$$

D'après la loi de Fourier, la densité de flux de chaleur injectée sur la paroi qui se propage par conduction s'écrit :

$$q = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}T} \quad (2.33)$$

Sachant que, la densité de flux de la chaleur échangée entre une paroi à la température T_p et un fluide à la température T_0 est donnée par la loi de Newton :

$$q = h(T_p - T_0) \quad (2.34)$$

D'après les relations 2.33 et 2.34, le nombre de Nusselt local est défini par :

$$Nu(x) = -\frac{H}{T - T_0} \left[\frac{\partial T}{\partial y} \right]_{y=0} \quad (2.35)$$

- Nombre de Nusselt moyen

Le nombre de Nusselt moyen est donné par la relation suivante :

$$\overline{Nu} = \frac{1}{H} \int Nu(x) dx \quad (2.36)$$

2.4 Adimensionnalisation des équations

Il s'agit de rendre sans dimension les équations de transfert ainsi que les conditions aux limites. Toutes les grandeurs sont rapportées aux grandeurs de référence en utilisant les variables réduites ou adimensionnelles présentées sur le tableau ci - dessous.

2.4.1 Les variables adimensionnelles

Pour rendre adimensionnelle les équations de transferts et les conditions aux limites, nous utilisons les grandeurs de référence présentées sur les tableaux ci- dessous.

TABLE 2.1 – Variables réduites et grandeurs de référence.

Variables adimensionnelles	Grandeurs de référence
Coordonnées adimensionnelles : $(x^+, y^+) = \frac{(x,y)}{L_R}$	$L_R = H$, longueur caractéristique
Vitesse : $(u^+, v^+) = \frac{(u,v)}{V_R}$	$V_R = U_0$, vitesse de référence
Fonction de courant : $\Psi^+ = \frac{\Psi}{\Psi_R}$	$\Psi_R = U_0 H$, fonction de courant de référence
Vorticité : $\Omega^+ = \frac{\Omega}{\Omega_R}$	$\Omega_R = \frac{U_0}{H}$, vorticité de référence
Température : $T^+ = \frac{T-T_0}{T_R}$	$T_R = T_p - T_0$, température de référence
Temps : $t^+ = \frac{t}{t_R}$	$t_R = \frac{H}{U_0}$, temps de référence

2.4.2 Les nombres adimensionnels

Les nombres adimensionnels qui interviennent dans les équations de la quantité du mouvement et du transfert sont donnés dans le tableau suivant.

Nombres adimensionnels	Symboles et définitions
Nombre de Reynolds	$Re = \frac{U_0 H}{\nu}$
Nombre de Rayleigh	$Ra = \frac{g \Delta T \beta H^3}{\alpha \nu}$
Nombre de Richardson	$Ri = \frac{g \Delta T \beta H}{U_0^2}$
Nombre de Prandtl	$Pr = \frac{\mu C_P}{\lambda}$

2.4.3 Equations de transfert adimensionnelles

Les équations de transfert exprimées en coordonnées adimensionnelles (x^+, y^+) sont données par les relations suivantes :

- Equation de continuité

$$\frac{\partial u^+}{\partial x^+} + \frac{\partial v^+}{\partial y^+} = 0 \quad (2.37)$$

- Equation du mouvement en formulation vorticité - fonction de courant

$$\frac{\partial \Omega^+}{\partial t^+} + u^+ \frac{\partial \Omega^+}{\partial x^+} + v^+ \frac{\partial \Omega^+}{\partial y^+} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 \Omega^+}{\partial x^{+2}} + \frac{\partial^2 \Omega^+}{\partial y^{+2}} \right) + Ri \left(\frac{\partial T^+}{\partial x^+} \cos \theta - \frac{\partial T^+}{\partial y^+} \sin \theta \right) \quad (2.38)$$

Avec,

$$Ri = \frac{Ra}{Re^2 Pr}$$

- Equation de la vorticité

$$\Omega^+ = - \left(\frac{\partial^2 \Psi^+}{\partial x^{+2}} + \frac{\partial^2 \Psi^+}{\partial y^{+2}} \right) \quad (2.39)$$

- Composantes de la vitesse

$$u^+ = \frac{\partial \Psi^+}{\partial y^+} \quad et \quad v^+ = - \frac{\partial \Psi^+}{\partial x^+} \quad (2.40)$$

- Equation de la chaleur

$$\frac{\partial T^+}{\partial t^+} + u^+ \frac{\partial T^+}{\partial x^+} + v^+ \frac{\partial T^+}{\partial y^+} = \frac{1}{Re Pr} \left(\frac{\partial^2 T^+}{\partial x^{+2}} + \frac{\partial^2 T^+}{\partial y^{+2}} \right) \quad (2.41)$$

- Conditions aux limites

- A l'entrée : $x^+ = 0$

$$u^+(0, y^+, t^+) = 1 \quad (2.42)$$

$$v^+(0, y^+, t^+) = 0 \quad (2.43)$$

$$\Omega^+(0, y^+, t^+) = 0 \quad (2.44)$$

$$\Psi^+(0, y^+, t^+) = y^+ \quad (2.45)$$

$$T(0, y^+, t^+) = 0 \quad (2.46)$$

- Sur la paroi supérieure : $y^+ = 0$

$$u^+(x^+, 0, t^+) = 0 \quad (2.47)$$

$$v^+(x^+, 0, t^+) = 0 \quad (2.48)$$

$$\Omega^+(x^+, 0, t^+) = -\frac{\partial^2 \Psi^+}{\partial y^{+2}} \quad (2.49)$$

$$\Psi^+(x^+, 0, t^+) = 1 \quad (2.50)$$

$$\frac{\partial T^+}{\partial y^+} = 0 \quad (2.51)$$

- Sur la paroi inférieure : $y^+ = -1$

$$u^+(x^+, -1, t^+) = 0 \quad (2.52)$$

$$v^+(x^+, -1, t^+) = 0 \quad (2.53)$$

$$\Omega^+(x^+, -1, t^+) = -\frac{\partial^2 \Psi^+}{\partial y^{+2}} \quad (2.54)$$

$$\Psi^+(x^+, -1, t^+) = 0 \quad (2.55)$$

Sur les parois adiabatiques : $0 \leq x^+ \leq \frac{l_1}{H}$ et $\frac{l_1 + l_0}{H} \leq x^+ \leq \frac{L}{H}$

$$\frac{\partial T^+}{\partial y^+} = 0 \quad (2.56)$$

Sur les protubérances : $\frac{l_1}{H} \leq x^+ \leq \frac{l_1 + l_0}{H}$

$$T^+(x^+, -1, t^+) = 1 \quad (2.57)$$

- A la sortie : $x^+ = \frac{L}{H}$

$$\frac{\partial u^+}{\partial x^+} = 0 \quad (2.58)$$

$$\frac{\partial v^+}{\partial x^+} = 0 \quad (2.59)$$

$$\frac{\partial \Omega^+}{\partial x^+} = 0 \quad (2.60)$$

$$\frac{\partial \Psi^+}{\partial x^+} = 0 \quad (2.61)$$

$$\frac{\partial T^+}{\partial x^+} = 0 \quad (2.62)$$

- Nombre de Nusselt local

$$Nu = - \left[\frac{\partial T^+}{\partial y^+} \right]_{y^+ = 0} \quad (2.63)$$

2.5 Transformations des équations

Par la suite, afin d'alléger la notation des grandeurs utilisées sur les équations transformées, nous omettons l'exposant $+$ sur les grandeurs adimensionnelles et nous posons :

$$\begin{aligned} x^+ &= x, \\ y^+ &= y, \\ u^+ &= u, \\ v^+ &= v, \\ \Omega^+ &= \Omega, \\ \Psi^+ &= \Psi, \\ T^+ &= T, \\ t^+ &= t \end{aligned}$$

2.5.1 Transformation des coordonnées

La transformation homotopique a été choisie pour transformer les équations de transfert et les conditions aux limites. Cette méthode permet de transformer le profil sinusoïdal ou ondulé en profil linéaire afin de faciliter la résolution du problème. Le domaine physique défini par les anciennes coordonnées (x, y) sera transformé en domaine numérique caractérisé par les nouvelles coordonnées (ξ, η) appelées aussi coordonnées homotopiques.

Tenant compte de la notation donnée précédemment, les nouvelles coordonnées sont définies en fonction des anciennes coordonnées par les relations suivantes :

$$\begin{cases} \xi = x \\ \eta = \frac{y}{F(x)} \end{cases} \quad (2.64)$$

Avec,

$$\begin{cases} \eta = y, & \text{si } 0 \leq x \leq L_1 \text{ et } L_0 + L_1 \leq x \leq L \\ \eta = \frac{y}{F(x)} & \text{si } L_1 \leq x \leq L_0 + L_1 \end{cases} \quad (2.65)$$

$F(x)$ représente la fonction adimensionnelle du profil sinusoïdal exprimée comme suit :

$$F(x) = H - \frac{A}{2} \left[1 - \cos \frac{2\pi(x - x_1)}{P} \right] \quad (2.66)$$

Avec A désigne l'amplitude adimensionnelle des protubérances et P est la période des protubérances. Ainsi, les équations de transfert en coordonnées homotopiques s'écrivent comme suit :

- Equation de continuité

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial u}{\partial \eta} + \eta_y \frac{\partial v}{\partial \eta} = 0 \quad (2.67)$$

- Equation du mouvement en formulation vorticité - fonction de courant

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Omega}{\partial t} + u \left(\frac{\partial \Omega}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial \Omega}{\partial \eta} \right) + v \left(\eta_y \frac{\partial \Omega}{\partial \eta} \right) = \frac{1}{Re} \left[\frac{\partial^2 \Omega}{\partial \xi^2} + 2\eta_x \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \xi \partial \eta} + (\eta_x^2 + \eta_y^2) \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \eta^2} + \eta_{xx} \frac{\partial \Omega}{\partial \eta} \right] + \\ Ri \left[\left(\frac{\partial T}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) \cos \theta - \eta_y \left(\frac{\partial T}{\partial \eta} \right) \sin \theta \right] \end{aligned} \quad (2.68)$$

- Equation de la vorticité

$$-\Omega = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} + 2\eta_x \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi \partial \eta} + (\eta_x^2 + \eta_y^2) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2} + \eta_{xx} \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \quad (2.69)$$

- Composantes de la vitesse

$$u = \eta_y \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \quad et \quad v = - \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \right) \quad (2.70)$$

- Equation de la chaleur

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \left(\frac{\partial T}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) + v \left(\eta_y \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) = \frac{1}{RePr} \left[\frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} + 2\eta_x \frac{\partial^2 T}{\partial \xi \partial \eta} + (\eta_x^2 + \eta_y^2) \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} + \eta_{xx} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right] \quad (2.71)$$

- Conditions aux limites

- A l'entrée : $\xi = 0$

$$u(0, \eta, t) = 1 \quad (2.72)$$

$$v(0, \eta, t) = 0 \quad (2.73)$$

$$\Omega(0, \eta, t) = 0 \quad (2.74)$$

$$\Psi(0, \eta, t) = \eta \quad (2.75)$$

$$T(0, \eta, t) = 0 \quad (2.76)$$

- Sur la paroi inférieure : $\eta = -1$

$$u(\xi, -1, t) = 0 \quad (2.77)$$

$$v(\xi, -1, t) = 0 \quad (2.78)$$

$$\Omega(\xi, -1, t) = -\eta_y^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2} \quad (2.79)$$

$$\Psi(\xi, -1, t) = 0 \quad (2.80)$$

Sur les parois adiabatiques : $0 \leq \xi \leq L_1$ et $L_1 + L_0 \leq \xi \leq \frac{L}{H}$

$$\frac{\partial T}{\partial \eta} = 0 \quad (2.81)$$

Sur les protubérances : $L_1 \leq \xi \leq L_2$

$$T(\xi, -1, t) = 1 \quad (2.82)$$

- Sur la paroi supérieure : $\eta = 0$

$$u(\xi, 0, t) = 0 \quad (2.83)$$

$$v(\xi, 0, t) = 0 \quad (2.84)$$

$$\Omega(\xi, 0, t) = -\eta_y^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2} \quad (2.85)$$

$$\Psi(\xi, 0, t) = 1 \quad (2.86)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \eta} = 0 \quad (2.87)$$

- A la sortie : $\xi = \frac{L}{H}$

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} = 0 \quad (2.88)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \xi} = 0 \quad (2.89)$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \xi} = 0 \quad (2.90)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \xi} = 0 \quad (2.91)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \xi} = 0 \quad (2.92)$$

- Nombre de Nusselt local

$$Nu(x) = -\eta_y \left[\frac{\partial T}{\partial \eta} \right]_{\eta=0} \quad (2.93)$$

METHODE DE RÉSOLUTION DES ÉQUATIONS DE TRANSFERT

3.1 Introduction

Dans cette partie, nous présentons la méthode de résolution de problème du transfert thermique dans le canal incliné en présence des protubérances sinusoïdales décrit par les équations de transfert et les conditions aux limites associées. L'étude du maillage et la validation du code de calcul sont donnés succesivement.

3.2 Méthodologie générale

Plusieurs méthodes permettent de résoudre numériquement de telles équations de transfert, entre autres, la méthode des différences finies, la méthode des éléments finis et la méthode des volumes finis. Mais, dans la présente étude, nous utilisons la méthode explicite des différences finies. Cela revient alors à calculer toutes les grandeurs en un point et à un instant donné en fonction des valeurs obtenues à l'instant précédent. Pour ce faire, nous divisons le domaine de calcul en mailles élémentaires régulières et en le découpant avec un pas de calcul défini par les pas d'espace $\Delta\xi$ suivant l'abscisse ξ , $\Delta\eta$ suivant l'ordonnée η .

Avec,

$$\begin{cases} \Delta\xi = \xi_{i+1} - \xi_i & , \quad 1 \leq i \leq N + 1 \\ \Delta\eta = \eta_{j+1} - \eta_j & , \quad 1 \leq j \leq M + 1 \end{cases} \quad (3.1)$$

Le maillage du domaine d'étude est représenté sur la figure 3.1.

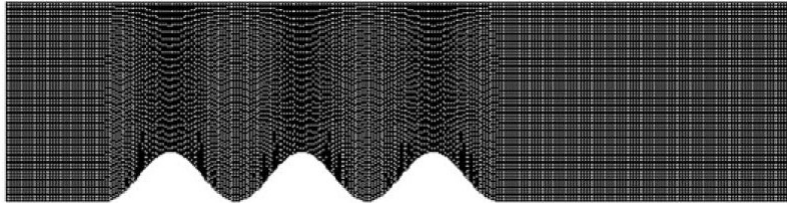


FIGURE 3.1 – Représentation schématique du maillage du domaine

Nous rappelons que la méthode des différences finies consiste à remplacer les dérivées partielles par des différences discrètes. Pour ce faire, les dérivées partielles d'une fonction f par rapport au temps t et aux espaces (ξ, η) sont approchées par les relations suivantes :

- Dérivées premières suivant ξ, η et t

$$\frac{\partial f}{\partial \xi} = \frac{f_{i+1,j} - f_{i-1,j}}{2\Delta\xi} = d1f\xi$$

$$\frac{\partial f}{\partial \eta} = \frac{f_{i,j+1} - f_{i,j-1}}{2\Delta\eta} = d1f\eta$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{f_{i,j}^k - f_{i,j}^{k-1}}{\Delta t}$$

- Dérivées secondes suivant ξ et η

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2} = \frac{f_{i+1,j} - 2f_{i,j} + f_{i-1,j}}{\Delta\xi^2} = d2f\xi$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} = \frac{f_{i,j+1} - 2f_{i,j} + f_{i,j-1}}{\Delta\eta^2} = d2f\eta$$

- Dérivées croisées suivant ξ et η

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \xi \partial \eta} = \frac{f_{i+1,j+1} - f_{i+1,j-1} - f_{i-1,j+1} + f_{i-1,j-1}}{4\Delta\xi\Delta\eta} = d2f\xi\eta$$

3.3 Discrétisation des équations

Les équations de transfert et les conditions aux limites étant discrétisées par la méthode des différences finies, nous notons par $u_{i,j}^k, v_{i,j}^k, \Psi_{i,j}^k, \Omega_{i,j}^k$ et $T_{i,j}^k$ les grandeurs à calculer au points (i,j) à l'instant t .

3.3.1 Equations discrétisées

Dans les équations de transfert, nous approchons les dérivées suivant les coordonnées d'espace par des différences centrées tandis que la dérivée temporelle par une différence finie du premier ordre entre $t - dt$ et t .

- Equation de la vorticité

Après avoir discrétisée l'équation (2.68), elle devient :

$$\begin{aligned} \Omega_{i,j}^k = & \Omega_{i,j}^{k-1} + \Delta t [-u_{i,j} (d1\Omega\xi + \eta_x d1\Omega\eta) - v_{i,j} (\eta_y d1\Omega\eta) + \\ & \frac{1}{Re} [d2\Omega\xi + 2\eta_x (d2\Omega\xi\eta) + (\eta_x^2 + \eta_y^2) d2\Omega\eta + \eta_{xx} d1\Omega\eta] + \\ & Ri \left((d1T\xi + \eta_x d1T\eta) \cos \theta - \eta_y (d1T\eta) \sin \theta \right)]^{k-1} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Avec,

$$\begin{aligned} Ri &= \frac{Ra}{Pr Re^2}, \\ d1\Omega\xi &= \frac{\Omega_{i+1,j} - \Omega_{i-1,j}}{2\Delta\xi}, \\ d1\Omega\eta &= \frac{\Omega_{i,j+1} - \Omega_{i,j-1}}{2\Delta\eta}, \\ d2\Omega\xi &= \frac{\Omega_{i+1,j} + 2\Omega_{i,j} - \Omega_{i-1,j}}{\Delta\xi^2}, \\ d2\Omega\eta &= \frac{\Omega_{i,j+1} + 2\Omega_{i,j} - \Omega_{i,j-1}}{\Delta\eta^2}, \\ d2\Omega\xi\eta &= \frac{\Omega_{i+1,j+1} - \Omega_{i+1,j-1} - \Omega_{i-1,j+1} + \Omega_{i-1,j-1}}{4\Delta\xi\Delta\eta}, \\ d1T\xi &= \frac{T_{i+1,j} - T_{i-1,j}}{2\Delta\xi}, \\ d1T\eta &= \frac{T_{i,j+1} - T_{i,j-1}}{2\Delta\eta} \end{aligned}$$

- Equation de la chaleur

L'équation (2.71) devient :

$$\begin{aligned} T_{i,j}^k = & T_{i,j}^{k-1} + \Delta t [-u_{i,j} (d1T\xi + \eta_x d1T\eta) - v_{i,j} (\eta_y d1T\eta) + \\ & \frac{1}{Re Pr} (d2T\xi + 2\eta_x (d2T\xi\eta) + (\eta_x^2 + \eta_y^2) d2T\eta + \eta_{xx} d1T\eta)]^{k-1} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Avec,

$$\begin{aligned} d2T\xi &= \frac{T_{i+1,j} + 2T_{i,j} - T_{i-1,j}}{\Delta\xi^2}, \\ d2T\eta &= \frac{T_{i,j+1} + 2T_{i,j} - T_{i,j-1}}{\Delta\eta^2}, \\ d2T\xi\eta &= \frac{T_{i+1,j+1} - T_{i+1,j-1} - T_{i-1,j+1} + T_{i-1,j-1}}{4\Delta\xi\Delta\eta} \end{aligned}$$

- Equation de la fonction du courant

La fonction du courant $\Psi_{i,j}^k$ est calculée à l'aide d'une procédure itérative en utilisant les valeurs connues $\Psi_{i-1,j}^k$, $\Psi_{i,j-1}^k$, $\Psi_{i+1,j-1}^k$, $\Psi_{i-1,j+1}^k$, $\Psi_{i+1,j+1}^k$ et les valeurs supposées $\Psi_{i+1,j}^{k-1}$, $\Psi_{i,j+1}^{k-1}$ et $\Psi_{i-1,j+1}^{k-1}$. Soit,

$$\Psi_{i,j}^k = \frac{1}{e} \left[\Omega_{i,j}^k + d2\Psi\xi + \frac{\eta_x}{2\Delta\xi\Delta\eta} d2\Psi\xi\eta + (\eta_{xx} + \eta_{yy}) d1\Psi\eta + (\eta_x^2 + \eta_y^2) d2\Psi\eta \right] \quad (3.4)$$

Avec,

$$\begin{aligned}
 e &= 2 \left(\frac{1}{\Delta\xi^2} + \frac{(\eta_x^2 + \eta_y^2)}{\Delta\eta^2} \right), \\
 d1\Psi\xi &= \frac{\Psi_{i+1,j}^{k-1} - \Psi_{i-1,j}^k}{2\Delta\xi}, \\
 d1\Psi\eta &= \frac{\Psi_{i,j+1}^{k-1} - \Psi_{i,j-1}^k}{2\Delta\eta}, \\
 d2\Psi\xi &= \frac{\Psi_{i+1,j}^{k-1} + \Psi_{i-1,j}^k}{\Delta\xi^2}, \\
 d2\Psi\eta &= \frac{\Psi_{i,j+1}^{k-1} + \Psi_{i,j-1}^k}{\Delta\eta^2}, \\
 d2\Psi\xi\eta &= \frac{\Psi_{i+1,j+1}^{k-1} - \Psi_{i+1,j-1}^k - \Psi_{i-1,j+1}^k + \Psi_{i-1,j-1}^k}{4\Delta\xi\Delta\eta}
 \end{aligned}$$

Afin d'accélérer la convergence de la méthode itérative, nous utilisons un facteur de sur - relaxation défini par :

$$f_R = 2 \left(\frac{1 - \sqrt{1 - \sigma}}{\sigma} \right)$$

Où, σ est une constante définie par :

$$\sigma = \left(\frac{\cos \frac{\Pi}{N} + r^2 \cos \frac{\Pi}{M}}{1 + r^2} \right)^2$$

$r = \frac{d\xi}{d\eta}$ désigne le rapport entre le pas d'espace suivant ξ et suivant η ainsi que $N \times M$ est le maillage du domaine d'étude.

L'équation (3.7) est écrite sous la forme :

$$\Psi_{i,j}^k = (1 - f_R)\Psi_{i,j}^{k-1} + f_R \left[\Omega_{i,j}^k + d2\Psi\xi + \frac{\eta_x}{2\Delta\xi\Delta\eta} d2\Psi\xi\eta + (\eta_{xx} + \eta_{yy}) d1\Psi\eta + (\eta_x^2 + \eta_y^2) d2\Psi\eta \right] \frac{1}{e} \quad (3.5)$$

- Composantes de la vitesse

$$u_{i,j}^k = \eta_y \left(\frac{\Psi_{i,j+1}^k - \Psi_{i,j-1}^k}{2\Delta\eta} \right) \quad (3.6)$$

$$v_{i,j}^k = - \left[\left(\frac{\Psi_{i+1,j}^k - \Psi_{i-1,j}^k}{2\Delta\xi} \right) + \eta_x \left(\frac{\Psi_{i,j+1}^k - \Psi_{i,j-1}^k}{2\Delta\eta} \right) \right] \quad (3.7)$$

- Conditions initiales

$$u_{i,j}^0 = 0 \quad (3.8)$$

$$v_{i,j}^0 = 0 \quad (3.9)$$

$$\Omega_{i,j}^0 = 0 \quad (3.10)$$

$$\Psi_{i,j}^0 = 0 \quad (3.11)$$

$$T_{i,j}^0 = 0 \quad (3.12)$$

- Conditions aux limites

- A l'entrée : $i = 1$

$$u_{1,j}^k = 1 \quad (3.13)$$

$$v_{1,j}^k = 0 \quad (3.14)$$

$$\Omega_{1,j}^k = 0 \quad (3.15)$$

$$\Psi_{1,j}^k = \eta \quad (3.16)$$

$$T_{1,j}^k = 0 \quad (3.17)$$

- Sur la paroi inférieure : $j = 1$

Sur la frontière inférieure du canal, les dérivées spatiales de la température et de la fonction de courant sont approchées par des différences finie décentrées vers l'avant, soit :

$$u_{i,1}^k = 0 \quad (3.18)$$

$$v_{i,1}^k = 0 \quad (3.19)$$

$$\Omega_{i,1}^k = -\eta_y^2 \left(\frac{-8\Psi_{i,2}^k + \Psi_{i,3}^k}{2\Delta\eta^2} \right) \quad (3.20)$$

$$\Psi_{i,1}^k = 0 \quad (3.21)$$

Sur les parois adiabatiques : $1 \leq i \leq N_1 + 1$ et $N_2 + 1 \leq i \leq N + 1$

$$\frac{T_{i,2}^k - T_{i,1}^k}{\Delta\eta} = 0 \quad (3.22)$$

Soit,

$$T_{i,1}^k = T_{i,2}^k \quad (3.23)$$

Sur les protubérances : $N_1 + 1 \leq i \leq N_2 + 1$

$$T_{i,1}^k = 1 \quad (3.24)$$

- Sur la paroi supérieure : $j = M + 1$

Sur la frontière supérieure, les dérivées spatiales de la température et de la fonction de courant sont approchées par des différences finies décentrées vers l'arrière.

$$u_{i,M+1}^k = 0 \quad (3.25)$$

$$v_{i,M+1}^k = 0 \quad (3.26)$$

$$\Omega_{i,M+1}^k = \eta_y^2 \left(\frac{7\Psi_{i,M+1}^k - 8\Psi_{i,M}^k + \Psi_{i,M-1}^k}{2\Delta\eta^2} \right) \quad (3.27)$$

$$\Psi_{i,M+1}^k = U_e \quad (3.28)$$

$$T_{i,M+1}^k = T_{i,M}^k \quad (3.29)$$

- A la sortie : $i = N + 1$

A la sortie du canal, la dérivées spatiale est approchée par une différence finie décentrée vers l'arrière.

$$u_{N+1,j}^k = u_{N,j}^k \quad (3.30)$$

$$v_{N+1,j}^k = v_{N,j}^k \quad (3.31)$$

$$\Omega_{N+1,j}^k = \Omega_{N,j}^k \quad (3.32)$$

$$\Psi_{N+1,j}^k = \Psi_{N,j}^k \quad (3.33)$$

$$T_{N+1,j}^k = T_{N,j}^k \quad (3.34)$$

- Nombre de Nusselt local

Le nombre de Nusselt local défini par l'équation (2.93) est écrit sous la forme discrétisée comme suit :

$$Nu(i) = -\eta_y \left(\frac{-3 T_{i,1}^k + 4 T_{i,2}^k - T_{i,3}^k}{2\Delta\eta} \right) \quad (3.35)$$

3.4 Etude de maillage

Cette étude a pour but de savoir le maillage le plus adéquat pour la simulation numérique. Des différents maillages ont été pris tels que : (240 x 40), (240 x 60), (240 x 80), (240 x 100), (240 x 120) et (240 x 140). L'effet du maillage sur la température moyenne et la variation temporelle de la température aux points $x = 6,25$ et $y = -0,5$ ont été analysé. Quelques paramètres de valeur fixe ont été utilisé tels que : le nombre de Reynolds $Re = 350$, le nombre de Rayleigh $Ra = 417\,480$ ($Ri = 4,8$), l'amplitude des protubérances $a = 0,25$, la période des protubérances $p = 3$ et l'angle de l'inclinaison $\theta = 30^\circ$. Les calculs sont faits pour un temps adimensionnel $t = 100$ avec un pas de temps défini par $\Delta t = 0,001$.

Selon l'analyse de l'effet du maillage sur la température moyenne aux points $x = 6,25$ et $y = -0,5$ (figure 3.3), on peut noter qu'entre les maillages (280×40) et (280×80) , la valeur de la température moyenne varie faiblement avant de se stabiliser à une valeur constante à partir du maillage (240×80) . D'ailleurs la figure 3.3 représente la variation temporelle de la température aux points $x = 6,25$ et $y = -0,5$ pour le quatre derniers maillages, on peut noter que l'écart entre la valeur de la température pour les maillages (240×80) , (240×100) , (240×120) et (240×140) n'est plus important. Concernant le tableau 3.1 donné ci - dessous, nous pouvons noter qu'à partir du maillage (240×80) , la valeur de la fonction de courant ne change plus. Par conséquent, le maillage (240×80) a été choisie pour toutes les simulations numériques dans ce travail.

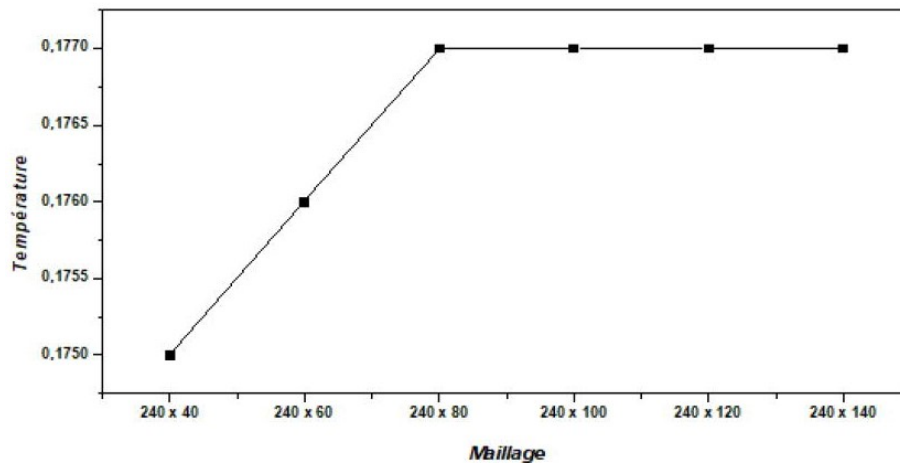


FIGURE 3.2 – Effet du maillage sur la température aux points $x = 6,25$ et $y = -0,5$.

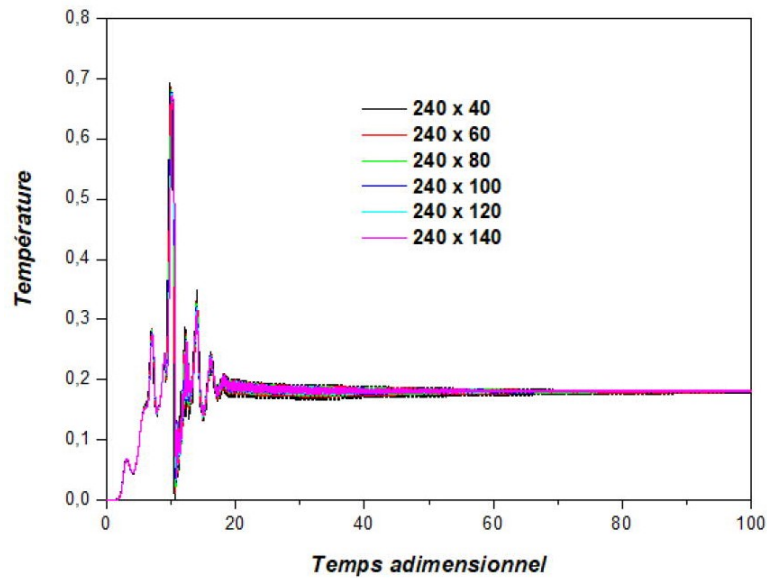


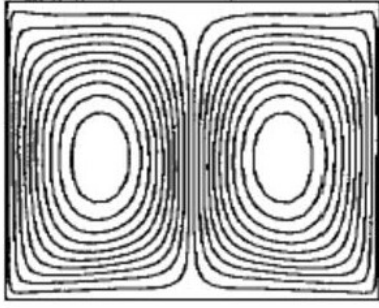
FIGURE 3.3 – Variations temporelles de la température adimensionnelle aux points $x = 6,25$ et $y = -0,5$ pour différents maillages.

TABLE 3.1 – Effet du maillage sur la fonction de courant moyenne.

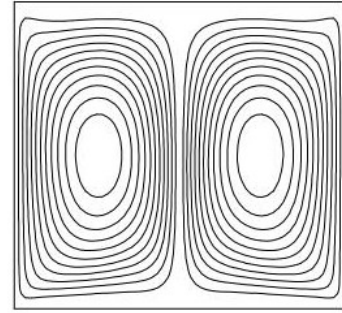
Maillage	240x40	240x60	240x80	240x100	240x120	240x140	240x160	240x180
Ψ_m	0,4518	0,4510	0,450	0,450	0,450	0,450	0,450	0,450

3.5 Validation du code de calcul

Pour s'assurer de la fiabilité de notre code de calcul, des validations sur des cas publiés dans la littérature ont été effectuées en prenant les résultats de la littérature déjà publiés. Dans cette présente étude, les travaux de O. Aydin et W. J. Yang [30] concernant une étude de la convection mixte dans une cavité à parois mobiles dont la paroi supérieure est adiabatique tandis qu'au milieu de la paroi inférieure, une température constante a été maintenue. La comparaison a été faite avec les lignes de courant et les isothermes pour $Ri = 10$ (voir figures 3.5 et 3.6) et les profils de la vitesse verticale à $y = 0,5$ pour $Gr/Re^2 = (0,1; 0,5; 1; 2 \text{ et } 10)$ (figure 3.7); Mamdouh BELHI et Saadoun BOUDEBOUS [25] ont étudié numériquement la convection mixte dans une cavité carrée munie de plusieurs entrées. La paroi gauche est maintenue à une température constante alors que les autres parois sont supposées adiabatiques. Le fluide pénètre dans l'ouverture située en bas et sort à la sortie localisée en haut. La comparaison a été faite avec les lignes de courant et les isothermes pour $Ri = 5$ et $Gr = 10^6$ (figure 3.11) et S. HABCHI et S. ACHARYA [18] ont mené une étude de la convection mixte laminaire dans un canal vertical dont la paroi droite est maintenue à une température constante sur laquelle est montée un obstacle rectangulaire. La comparaison a été faite avec les profils de la température adimensionnelle en fonction de y pour $Re = 1195$, $H/L = 0,2$ et $Ra = 10^5$ selon les paramètres utilisés par les auteurs de référence (figure 3.8); le profil de la vitesse au point $x = 0,77$ pour $Ra = 10^3$ et $Gr/Re^2 = 3$ (figure 3.9) et la distribution du nombre de Nusselt local le long de la paroi chauffée sans obstacle pour $Re = 1195$, $H/L = 0,2$ et $Ra = 10^5$ (cf. figure 3.10); L. Martínez-Suástegni et C. Treviño [19] ont étudié numériquement un écoulement laminaire transitoire s'opposant à la convection mixte dans un canal vertical chauffé de manière différentielle et asymétrique de longueur finie. La comparaison a été faite avec les lignes de courant et des isothermes obtenus pour $Re = 100$ et $Ri = 1,5$ (figure 3.12); ont été pris en compte comme résultats de référence. S. Saha, Md. Arif Hasan Mamun, M. Zakir Hossain et A. K. M. Sadrul Islam [31] ont fait une étude numérique sur la convection mixte dans une enceinte rectangulaire avec différentes configurations d'entrée et sortie. La comparaison a été faite avec les lignes de courant et les isothermes pour $Ri = 100$ et $Re = 100$ (figures 3.13 et 3.14). Selon les résultats présentés ci-dessous, nous constatons que nos résultats sont en bon accord avec ceux de la littérature. Nous pouvons dire que nos résultats sont fiables et notre code de calcul est validé. Pour consolider la validation, nous avons comparé aussi les résultats donnés par notre code de calcul avec ceux obtenus en utilisant le logiciel ANSYS FLUENT. Les différents résultats sont regroupés dans les figures 3.14 et 3.15.

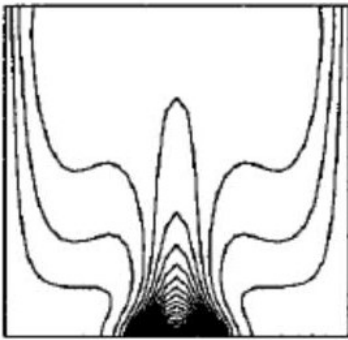


(a) Résultat de **O. Aydın et W. J. Yang [30]**

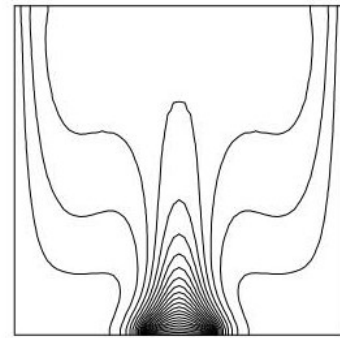


(b) Présent travail

FIGURE 3.4 – Comparaison de lignes de courant pour $Ri = 10$.

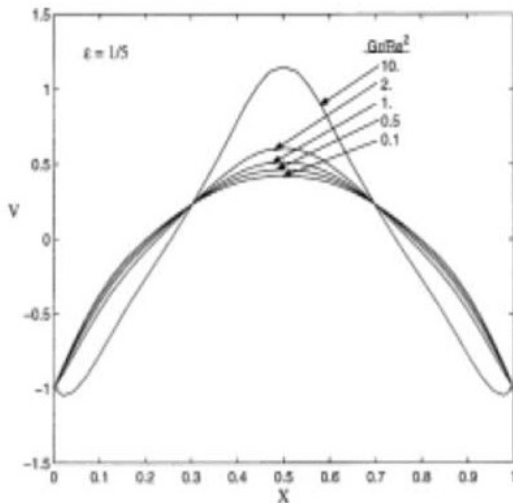


(a) Résultat de **O. Aydın et W. J. Yang [30]**

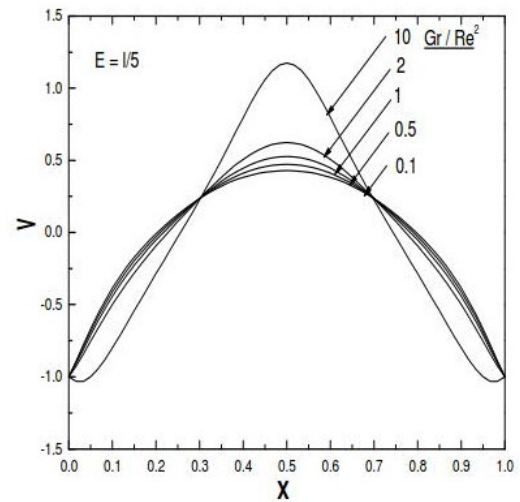


(b) Présent travail

FIGURE 3.5 – Comparaison des isothermes pour $Ri = 10$.

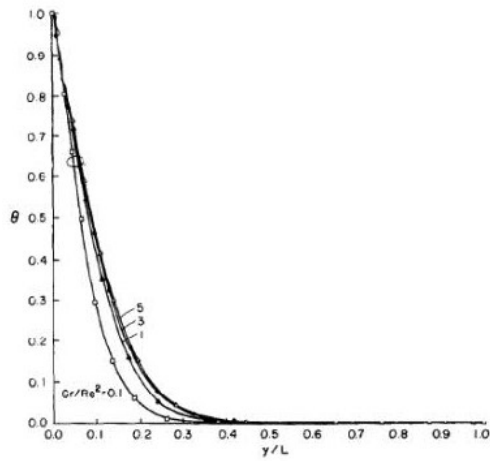


(a) Résultat de **O. Aydın et W. J. Yang [30]**

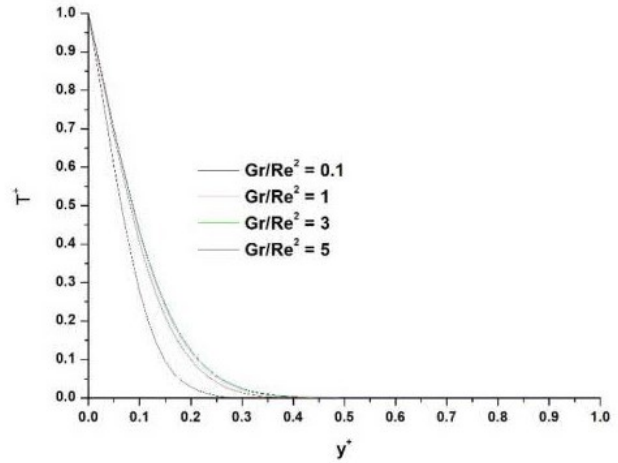


(b) Présent travail

FIGURE 3.6 – Comparaison du profil de vitesse verticale à $y = 0,5$.

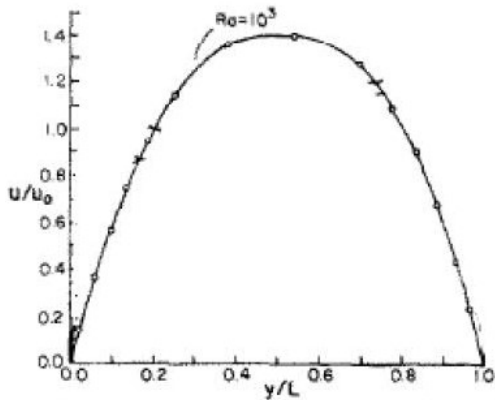


(a) Résultat de **S. HABCHI** et
S. ACHARYA [18]

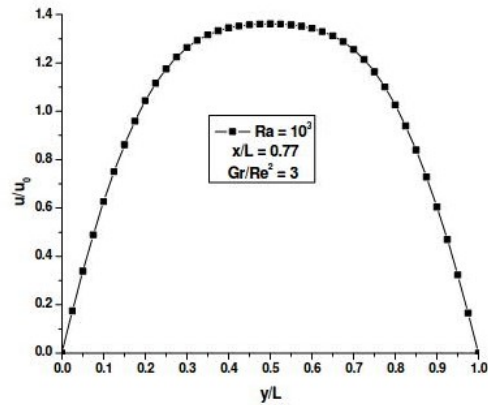


(b) Présent travail

FIGURE 3.7 – Comparaison des profils de la température adimensionnelle en fonction de y/L pour $Re = 1195$, $H/L = 0,2$, $Ra = 10^5$.

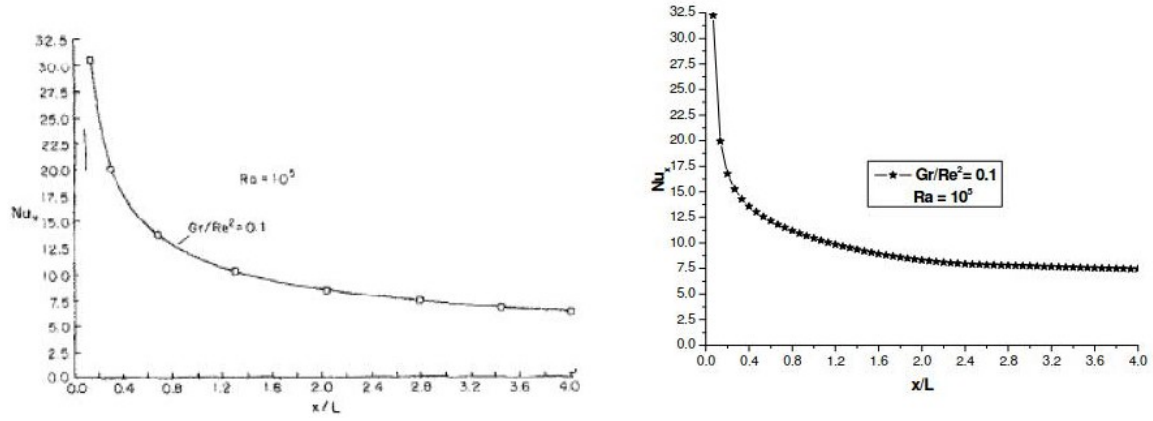


(a) Résultat de **S. HABCHI** et
S. ACHARYA [18]



(b) Présent travail

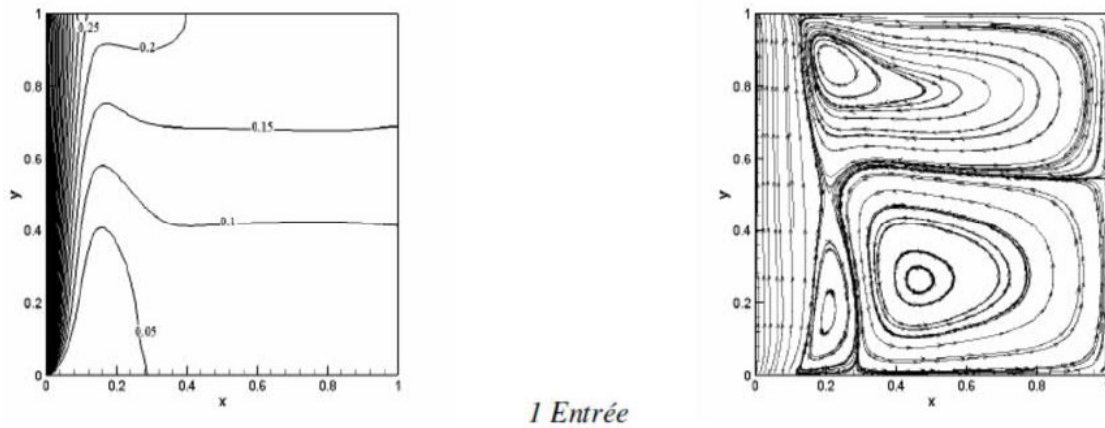
FIGURE 3.8 – Comparaison du profil de la vitesse U au point $x = 0,77$ pour $Ra = 10^3$ et $Gr/Re^2 = 3$.



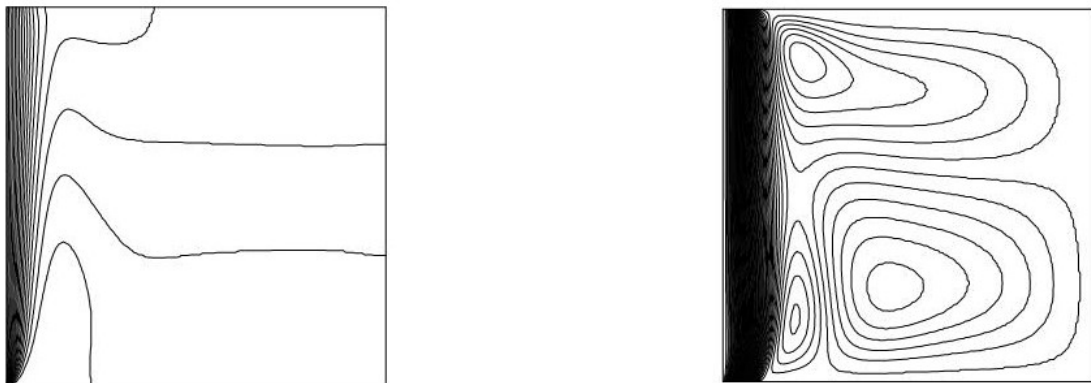
(a) Résultat de **S. HABCHI** et
S. ACHARYA [18]

(b) Présent travail

FIGURE 3.9 – Comparaison de la distribution du nombre de Nusselt local le long de la paroi chauffée plane pour $Re = 1195$, $H/L = 0,2$, $Ra = 10^5$.

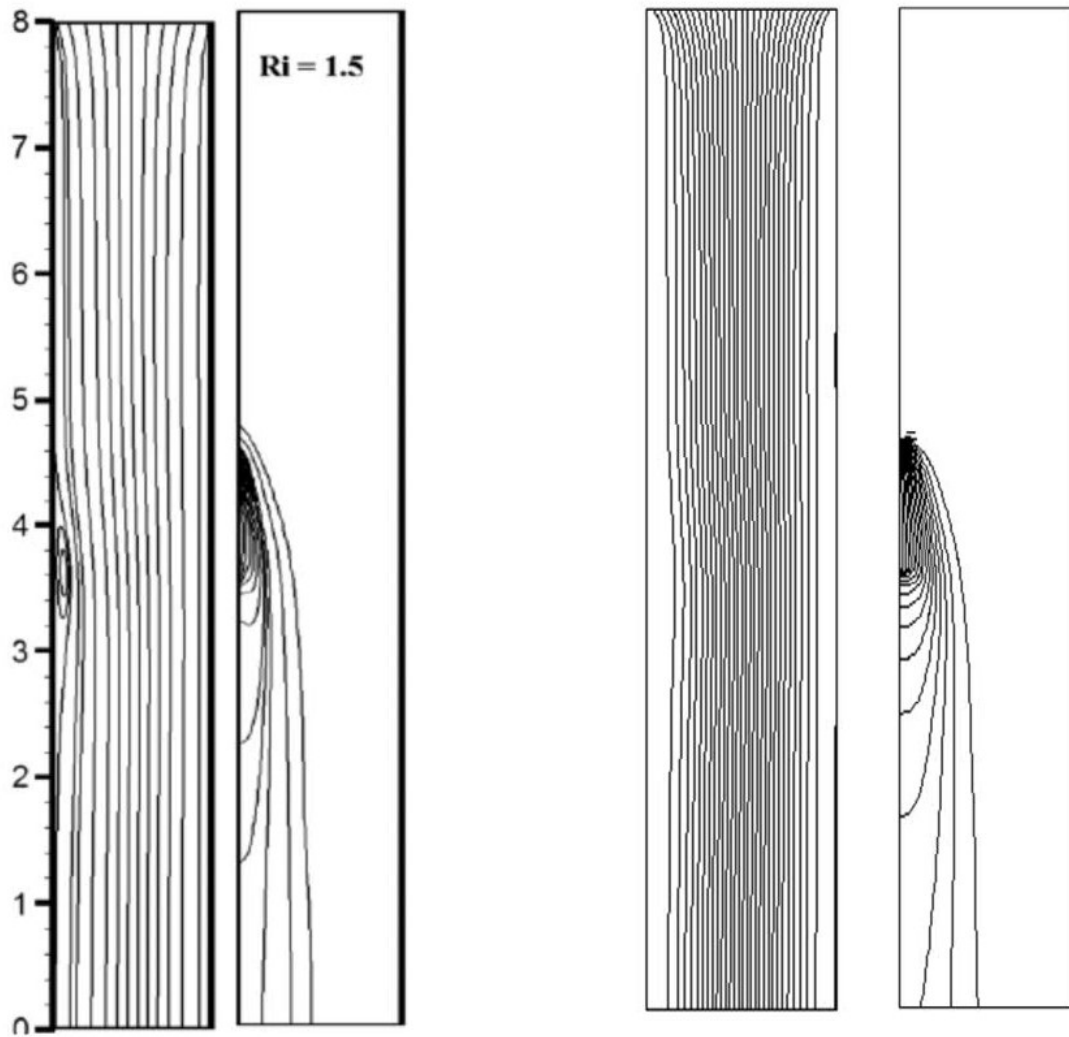


(a) Résultat de **M. BELHI** et **S. BOUDEBOUS [25]**



(b) Présent travail

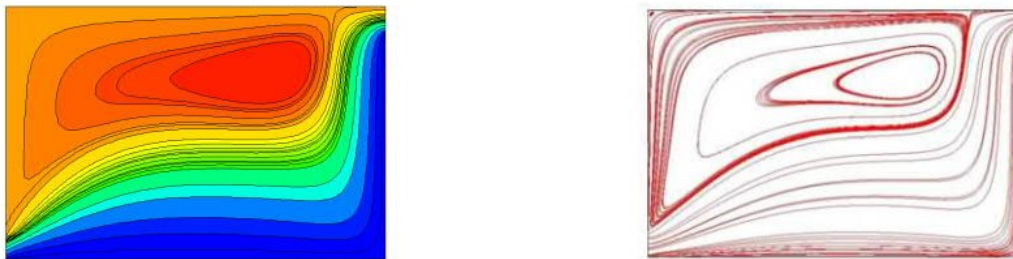
FIGURE 3.10 – Comparaison des lignes de courant et isothermes pour $Ri = 5$ et $Gr = 1\,000\,000$.



(a) Résultats de **L. Martínez-Suástegni**
et **C. Treviño [19]**

(b) Présent travail

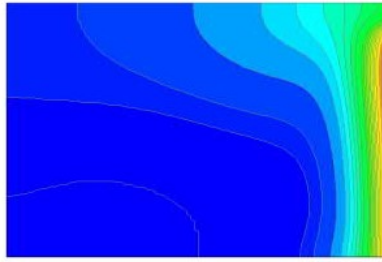
FIGURE 3.11 – Comparaison de la lignes de courant et des isothermes pour $Re = 100$ et $Ri = 1,5$.



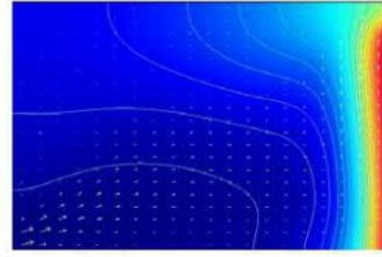
(a) Résultat de **S. Saha et al. [31]**

(b) Présent travail

FIGURE 3.12 – Comparaison de lignes de courant pour $Ri = 100$ et $Re = 100$.

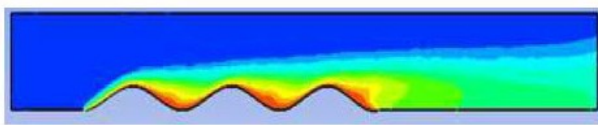


(a) Résultat de **S. Saha et al. [31]**

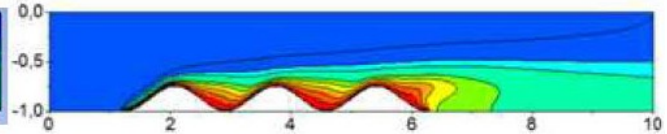


(b) Présent travail

FIGURE 3.13 – Comparaison des isothermes pour $Ri = 100$ et $Re = 100$.

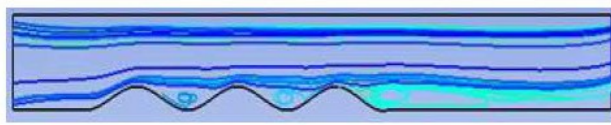


(a) ANSYS FLUENT

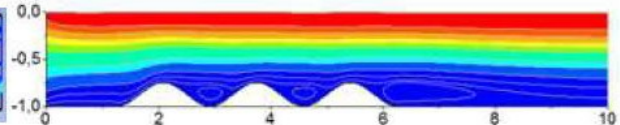


(b) FORTRAN

FIGURE 3.14 – Comparaison de lignes de courant obtenues à l'aide du logiciel ANSYS FLUENT (a) avec celles obtenues par notre code de calcul (b).



(a) ANSYS FLUENT



(b) FORTRAN

FIGURE 3.15 – Comparaison des isothermes obtenues à l'aide du logiciel ANSYS FLUENT (a) avec celles obtenues par notre code de calcul (b).

3.6 Algorithme de résolution et organigramme

3.6.1 Algorithme de résolution

L'algorithme de la résolution de ce problème se résume comme suit :

- 1 - Entrée des données.
- 2 - Définition du maillage du domaine.
- 3 - Transformation des coordonnées.
- 4 - Initialisation de la vorticité, de la fonction du courant, de la température et des composantes de la vitesse.
- 5 - Incrémentation du temps $t_0 + \Delta t$
- 6 - Résolution de l'équation de la chaleur.
 - 6 – 1. Calcul des températures sur les nœuds intérieurs.
 - 6 – 2. Calcul des températures sur les frontières.

7 - Résolution de l'équation de la vorticité.

Calcul de la vorticité sur les nœuds internes.

8 - Résolution de l'équation de la fonction du courant.

Calcul de la fonction de courant sur les nœuds internes et sur les frontières.

L'étape 8 est effectuée en respectant la procédure itérative suivante :

- Supposer des valeurs approximatives de Ψ sur tous les nœuds du maillage.
- Calculer $\Psi(i, j)$   l'aide de la relation (3.4).
- Comparer les valeurs supposées et les valeurs nouvellement calculées, en estimant l'écart relatif :

$$er = \frac{\sum |\Psi(i, j) - \Psi_s(i, j)|}{\sum |\Psi(i, j)|} \leq \varepsilon, (\varepsilon : \text{erreur admissible})$$

- Si er est inférieure à la valeur admissible, alors la solution est : $\Psi(i, j)$
- Sinon, remplacer $\Psi_s(i, j)$ par $\Psi(i, j)$ et reprendre le calcul à partir du 7.

9 - Calcul de la vorticité sur les frontières.

10 - Calcul des composantes u et v de la vitesse.

11 - Calcul du nombre de Nusselt local et moyen.

12 - Affichage et enregistrement des résultats.

13 - Incrémentation du temps $t + \Delta t$ et reprise de la procédure à l'étape 6, le calcul sera terminé si le temps t est supérieur à t_{max} .

3.6.2 Organigramme de calcul

L'organigramme de calcul est donné par la suite :

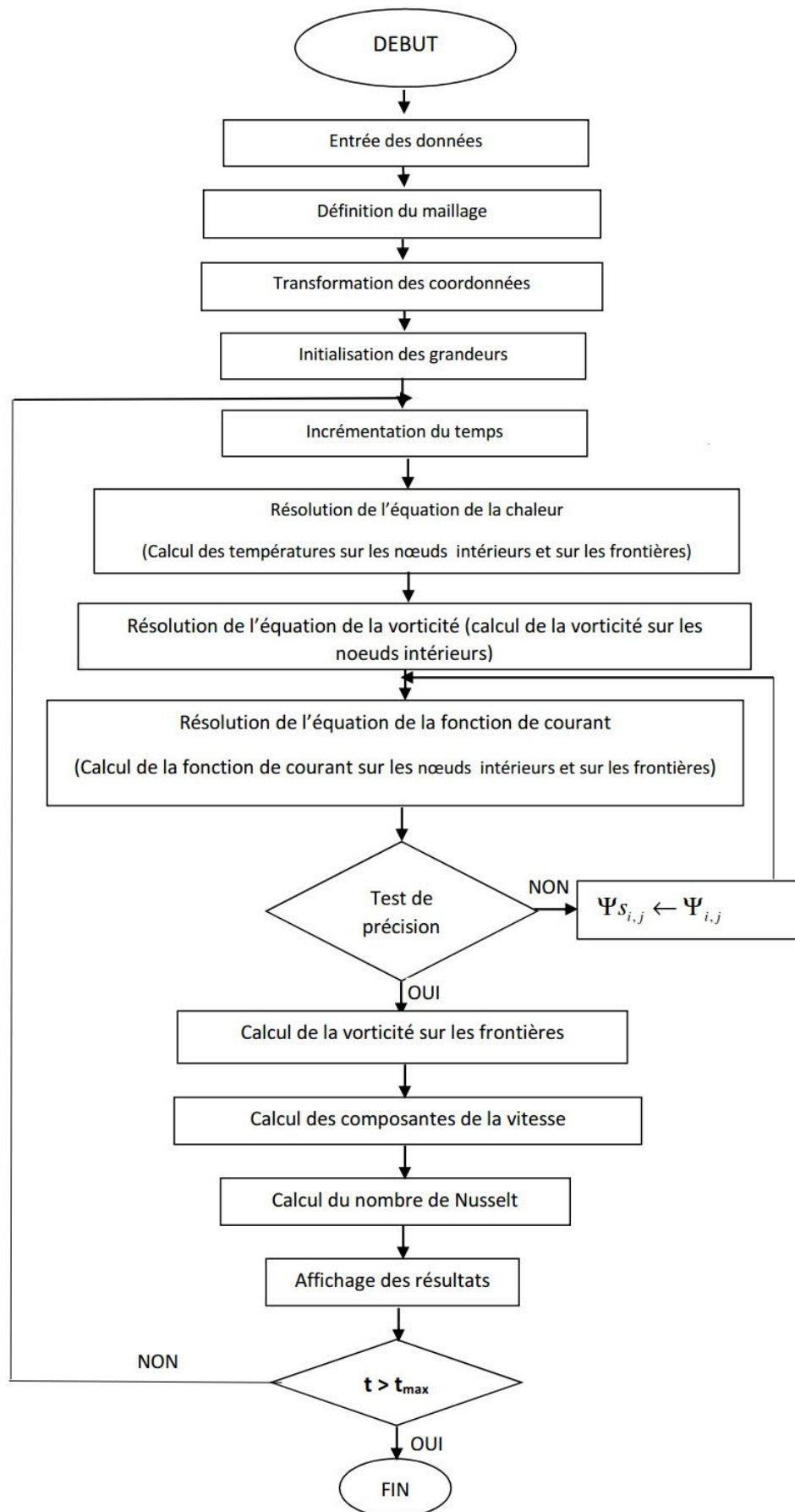


FIGURE 3.16 – Organigramme de calcul.

3.7 Conclusion

Nous avons développé ci- dessus la méthode de résolution des équations régissant le transfert thermique et d'impulsion par convection mixte au sein d'un canal rectangulaire muni de protubérances. Ces équations étant discrétisée par un schéma explicite aux différences finies, de telle procédure permet de calculer une grandeur à l'instant présent t à partir de l'instant précédent $t - dt$. L'effet du maillage sur la solution numérique ainsi que la validation du code de calcul ont été donnés également dans ce chapitre. Toutefois, afin de mieux simuler la procédure de résolution du problème étudié, l'algorithme de résolution a été présenté.

PRÉSENTATION DES RÉSULTATS ET DISCUSSION

4.1 Introduction

Dans ce chapitre, tous les résultats obtenus à l'aide de la simulation numérique en utilisant le langage FORTRAN sont donnés. Les résultats sont présentés sous forme de lignes de courant, des isothermes, du signal temporel de la température, du spectre d'amplitude et du portrait de phase. De plus, la répartition de la vitesse en amont, en aval et au sommet des protubérances, le taux de transfert de chaleur à travers la paroi chaude (nombre de Nusselt local et moyen), la répartition de la température du fluide à la sortie du canal et l'évolution temporelle de la température moyenne à la sortie du canal sont analysés.

4.2 Paramètres géométriques et caractéristiques

Concernant la dimension du canal, le canal a pour longueur adimensionnelle $L/H = 10$ avec une largeur adimensionnelle $H/H = 1$, H désigne la longueur de référence. La longueur de la paroi inférieure du canal est réparti comme suit :

- $L_1 = 1,25$: longueur adimensionnelle de la paroi avant les protubérances,
- $L_2 = 3,75$: longueur adimensionnelle de la paroi après les protubérances,
- $L_0 = 5$: longueur adimensionnelle de la paroi chauffée.

Le fluide froid pénètre dans le canal en écoulement forcé avec une vitesse adimensionnelle uniforme égale 1 et une température adimensionnelle égale 0. Rappelons que le fluide utilisé dans ce système est de l'air. Le débit d'écoulement et la température de la paroi ondulée sont contrôlés par les paramètres adimensionnels :

- nombre de Reynolds (Re),
- nombre de Richardson (Ri),
- nombre de Rayleigh (Ra).

4.3 Canal horizontal

4.3.1 Introduction

Dans cette partie, nous analysons la transition vers le chaos d'un écoulement laminaire en convection mixte dans un canal rectangulaire horizontal muni de protubérances sinusoïdales. Les simulations numériques sont faites pour différentes valeurs du nombre de Richardson variant de $Ri = 2$ à $Ri = 75$, en fixant le nombre de Reynolds à $Re = 150$, le facteur de forme du canal à $L/H = 10$, la hauteur des protubérances à $a = 0,25$ et leur nombre à $p = 3$. Pour analyser les résultats issus des simulations, nous nous basons sur les lignes de courant, les isothermes, le signal temporel d'une température enregistrée au sein de l'écoulement, son portrait de phase et son spectre d'amplitude. Le signal temporel représente les variations en fonction du temps de la température $T_E(t)$ enregistrée au point E (figure 2.1) de coordonnées $X = l_1 + l_0 = 6,25$ (sortie de la dernière protubérance, $i = 151$) et $Y = h/2 = -0,5$ (milieu du canal, $j = 41$). Le portrait de phase est construit dans un repère 3D en portant en abscisse $T_E(t)$, en ordonnée $T_E(t + \delta t)$ et en élévation $T_E(t + 2\delta t)$, δt étant un temps adimensionnel de retard dont la valeur est fixée arbitrairement ici à $\delta t = 0,1$. Le spectre d'amplitude est obtenu en effectuant la Transformée de Fourier Rapide (TFR) du signal temporel. On obtient ainsi en abscisse la fréquence f des oscillations du signal et en ordonnée son amplitude.

4.3.2 Régime stable

Les figures 4.1 à 4.8 représentent les variations temporelles de la température T_E sur le point d'enregistrement, les lignes de courant de l'écoulement (a) ainsi que les isothermes (b) pour quatre valeurs du nombre de Richardson : $Ri = 2$, $Ri = 5$, $Ri = 10$ et $Ri = 15$. Dans tous les cas, comme le point d'enregistrement se situe en aval de la paroi chauffante, la température T_E ne commence à augmenter qu'à partir du temps adimensionnel $t = 0,63$.

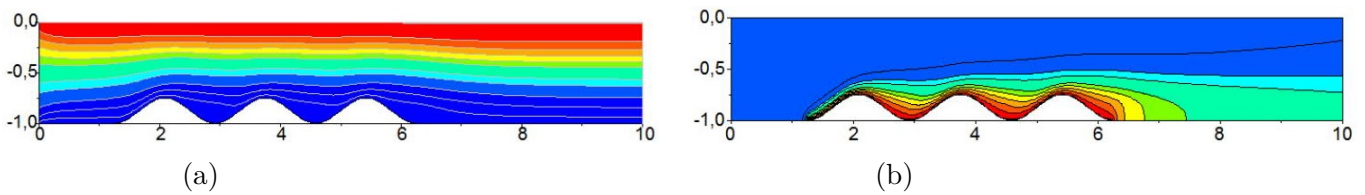


FIGURE 4.1 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Ri = 2$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$.

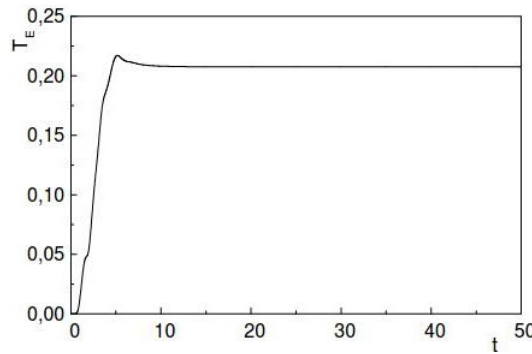


FIGURE 4.2 – Signal temporel pour $Ri = 2$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$.

Pour $Ri = 2$, le signal temporel (figure 4.2) suit une phase transitoire durant laquelle la température T_E augmente et atteint une valeur maximale $T_E = 0,217$ au temps adimensionnel $t = 5,18$. Elle redescend ensuite pour se stabiliser sur une valeur constante $T_E = 0,2076$ à partir de $t = 15$. Les protubérances font obstacle à l'écoulement et repoussent les lignes de courant vers le haut tout en donnant une forme ondulée à celles qui se trouvent à leur voisinage (figure 4.1a). A la sortie de ces obstacles les lignes de courants présentent les caractéristiques d'un écoulement de Poiseuille. En effet, elles redescendent vers le plancher, deviennent rectilignes et sont toutes parallèles entre elles. Pour cette valeur de Ri , le transfert se fait essentiellement par convection forcée.

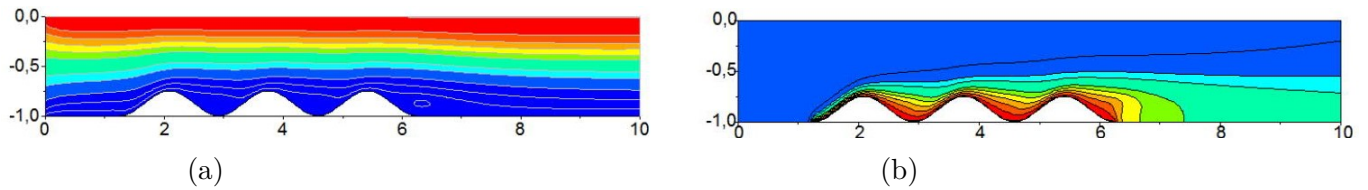


FIGURE 4.3 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Ri = 5$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$.

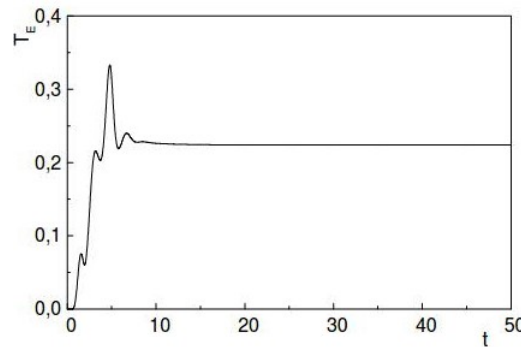


FIGURE 4.4 – Signal temporel pour $Ri = 5$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$.

Pour $Ri = 5$, à la différence de ce qui a été observé précédemment, la phase croissante de la température est ponctuée de deux oscillations (figure 4.4). La valeur maximale atteinte est $T_E = 0,333$ à $t = 4,79$. La courbe redescend ensuite puis oscille légèrement avant de se stabiliser sur $T_E = 0,2244$ à partir de $t = 15,2$. Les lignes de courant (figure 4.3a) et les isothermes (figure 4.3b) sont pratiquement les mêmes que celles obtenues précédemment. On peut juste observer la formation d'une petite cellule de recirculation en aval et au voisinage immédiat de la dernière protubérance.

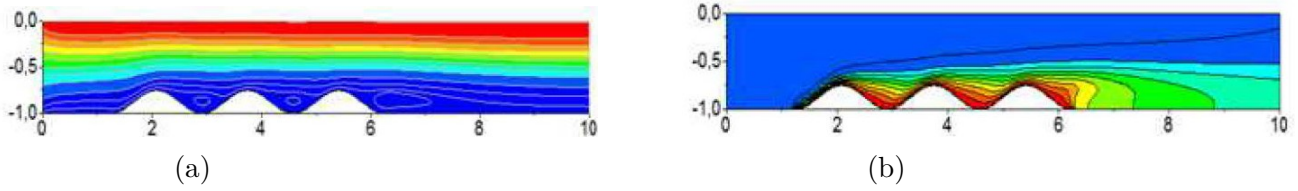


FIGURE 4.5 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Ri = 10$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$.

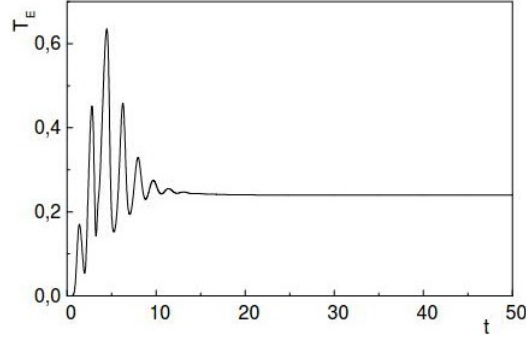


FIGURE 4.6 – Signal temporel pour $Ri = 10$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$.

Pour $Ri = 10$, la montée de la température se fait de manière oscillatoire (figure 4.6). Lorsque la valeur maximale $T_E = 0,635$ est atteinte à $t = 4,49$ les oscillations s'amortissent et la courbe se stabilise sur $T_E = 0,24$ à partir de $t = 24$. Des cellules convectives sont nettement visibles dans les creux et au voisinage aval de la paroi dernière protubérance (figure 4.5a). De plus, à cet endroit, les isothermes se déforment pour se présenter sous forme de panaches (figure 4.5b). Cette structure indique que la convection naturelle commence à se développer pour se superposer à la convection forcée.

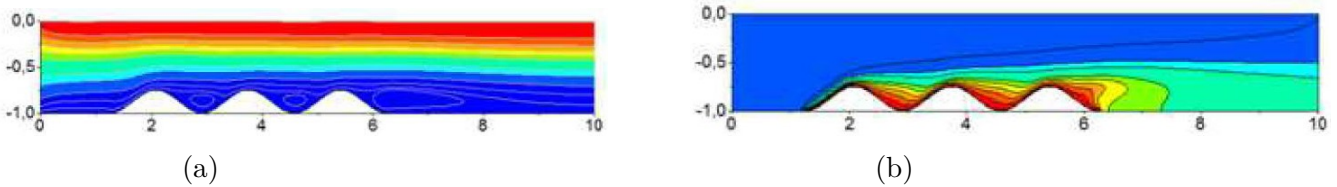


FIGURE 4.7 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Ri = 15$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$.

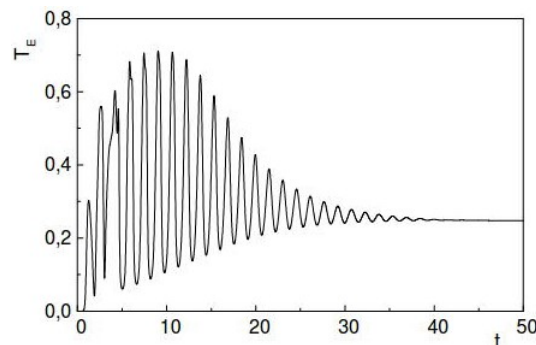


FIGURE 4.8 – Signal temporel pour $Ri = 15$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$.

Pour $Ri = 15$, la température T_E évolue de manière que précédemment sauf qu'ici l'amortissement est plus long (figure 4.8). En effet, la stabilisation n'est observée qu'au bout d'un temps adimensionnel

$t = 45$. La valeur finale de la température en E est $T_E = 0,248$. Les cellules convectives sont devenues de plus grande taille que celles observées pour le cas précédant (figure 4.7a) et la déformation des isothermes en panache s'accroît. Cela illustre l'intensification de la convection naturelle qui se superpose à la convection forcée.

4.3.3 Régime oscillatoire périodique.

4.3.3.1 Le point limite

La figure 4.9 représente le signal temporel (a) de la température enregistrée sur le point E (voir figure 2.1) et le portrait de phase (b) pour $Ri = 15$. La figure 4.9a montre que la solution oscille avant de se stabiliser à une valeur constante. Le portrait de phase représenté de la figure 4.9b se présente sous forme d'une spirale partant de l'extérieur qui converge à grand temps vers un point. On dit dans ce cas que le comportement dynamique du système est "attiré à grand temps par un point" et que le portrait de phase illustre un "attracteur point limite".

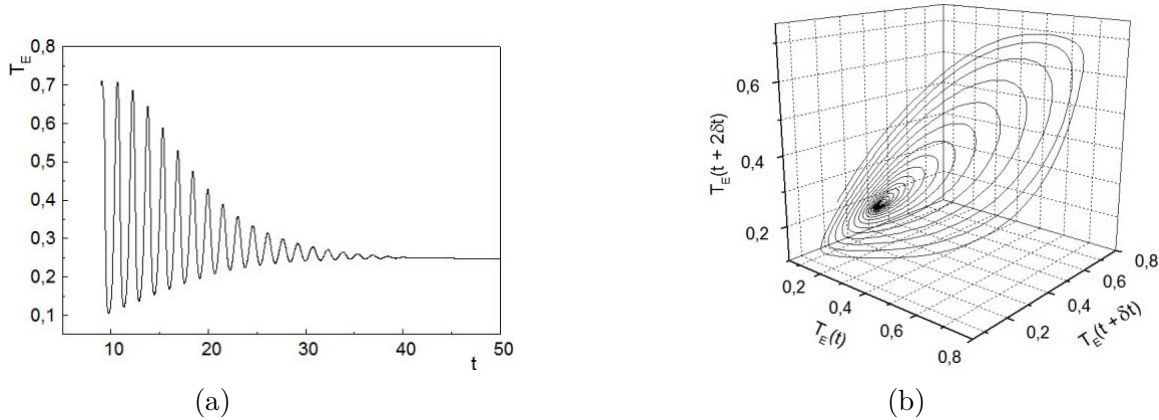


FIGURE 4.9 – Signal temporel (a) et portrait de phase (b) pour $Ri = 15$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$.

4.3.3.2 Le cycle limite

Les variations temporelles de T_E , le portrait de phase et le spectre d'amplitude sont représentés respectivement sur les figures 4.10a, 4.10b et 4.10c. Elles montrent que T_E varie dans le temps de manière oscillatoire périodique. En effet, la courbe des variations temporelles est un signal périodique. Le portrait de phase s'inscrit sur une boucle. Le spectre d'amplitude contient un pic fondamental à une fréquence de base $f_1 = 0,671$ et ses harmoniques $2f_1$, $3f_1$, $4f_1$.

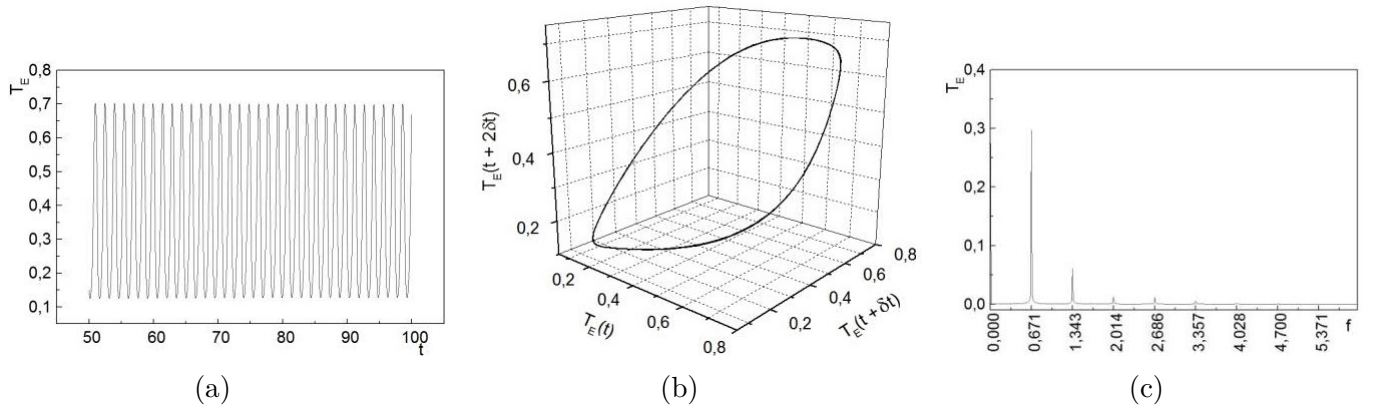


FIGURE 4.10 – Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $Ri = 17$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$.

Pour comprendre ce comportement dynamique oscillatoire périodique de notre système, nous analysons la structure de l'écoulement à différents instants illustrée par les lignes de courant et les isothermes des figures 4.11, 4.12, 4.13, 4.14, 4.15 et 4.16. L'observation est faite durant une période adimensionnelle $\tau = 1/f_1$, soit pour le cas présent $\tau = 0,149$. Les figures sont représentées aux six instants successifs $t_0 + k\tau/5$, k variant de 0 à 5.

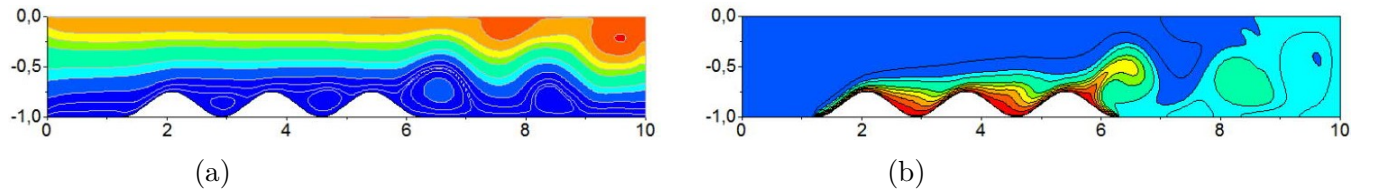


FIGURE 4.11 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Ri = 17$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$, $\theta = 0^\circ$ et $t = t_0$.

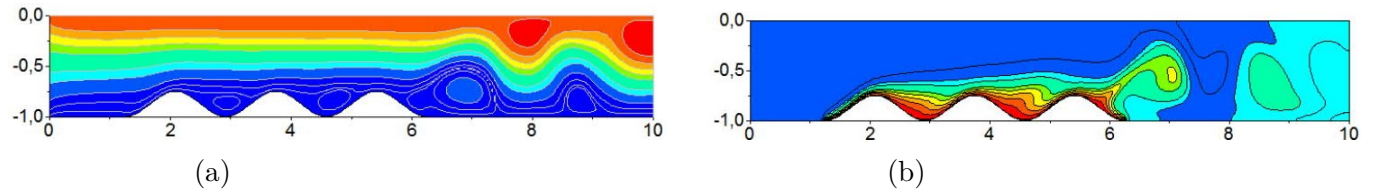


FIGURE 4.12 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Ri = 17$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$, $\theta = 0^\circ$ et $t = t_0 + \tau/5$.

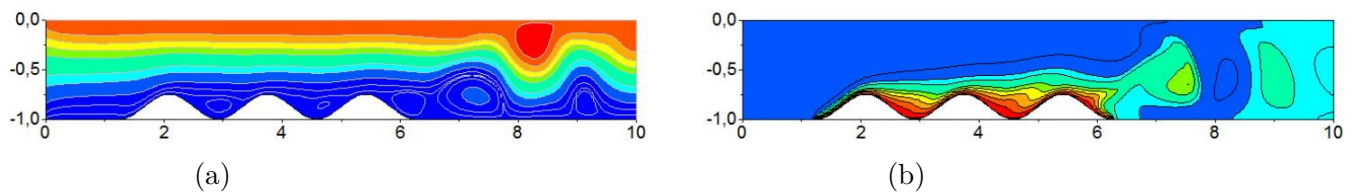


FIGURE 4.13 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Ri = 17$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$, $\theta = 0^\circ$ et $t = t_0 + 2\tau/5$.

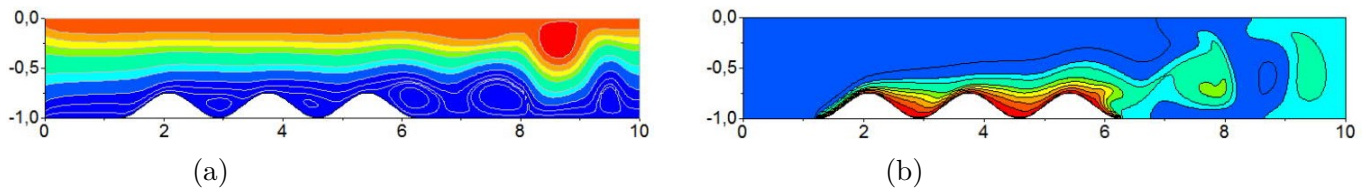


FIGURE 4.14 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Ri = 17$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$, $\theta = 0^\circ$ et $t = t_0 + 3\tau/5$.

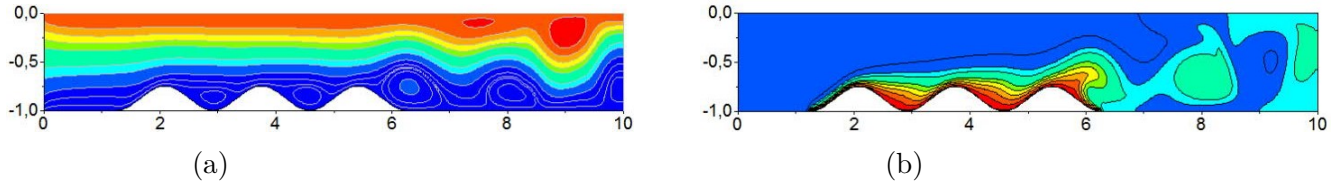


FIGURE 4.15 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Ri = 17$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$, $\theta = 0^\circ$ et $t = t_0 + 4\tau/5$.

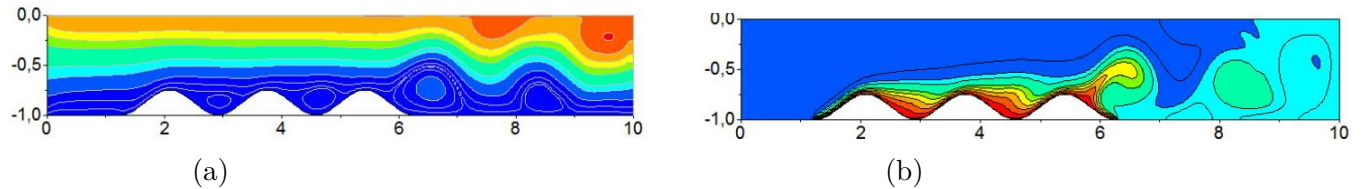


FIGURE 4.16 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Ri = 17$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$, $\theta = 0^\circ$ et $t = t_0 + \tau$.

Les profils des lignes de courant de la figure 4.11, à l'instant t_0 montrent l'existence de cellules de convection au voisinage de la paroi inférieure, en aval de la paroi ondulée et dans les creux entre deux protubérances successives. Les cellules qui se forment en aval sont plus volumineuses que celles dans les creux. Deux cellules de convection se forment aussi au voisinage de la paroi supérieure, en aval de la paroi ondulée. Les cellules évoluent dans le temps, contrairement à celles qui ont été observées pour la valeur précédente du nombre de Richardson où elles sont statiques. En effet, en comparant les différentes figures 4.11 à 4.16, on constate que les cellules qui se trouvent dans les creux restent à leur place mais changent de volume, au fil du temps, de manière alternative. Les autres cellules changent aussi de volume de la même manière tout en se déplaçant dans le sens de l'écoulement. Le transfert de chaleur par convection étant étroitement lié au mouvement du fluide, les isothermes se déforment dans le temps selon l'évolution des cellules convectives. A proximité de la dernière protubérance, là où le changement de volume de la cellule est le plus prononcé, les isothermes se présentent sous forme de panache qui s'incline vers l'aval (figure 4.11). Cette panache se rallonge dans le sens de l'écoulement au fur et à mesure que les cellules se déplacent. En s'allongeant, elle finit par se rompre pour former une accumulation de fluide chaud s'écoulant vers la sortie (figures 4.12 à 4.15). Une accumulation de la chaleur associée à la zone de recirculation en aval des protubérances repoussée vers la sortie du canal est remarquée. Les particules très chaudes se concentrent au voisinage des protubérances. L'écoulement revient à son état à t_0 à la fin de la période (figure 4.16). En effet si l'on compare les figures 4.11 et 4.16, on constate que les lignes de courant et les isothermes sont identiques. Ce sont donc ces changements périodiques de la structure de l'écoulement qui sont à l'origine des variations oscillatoires périodiques des grandeurs.

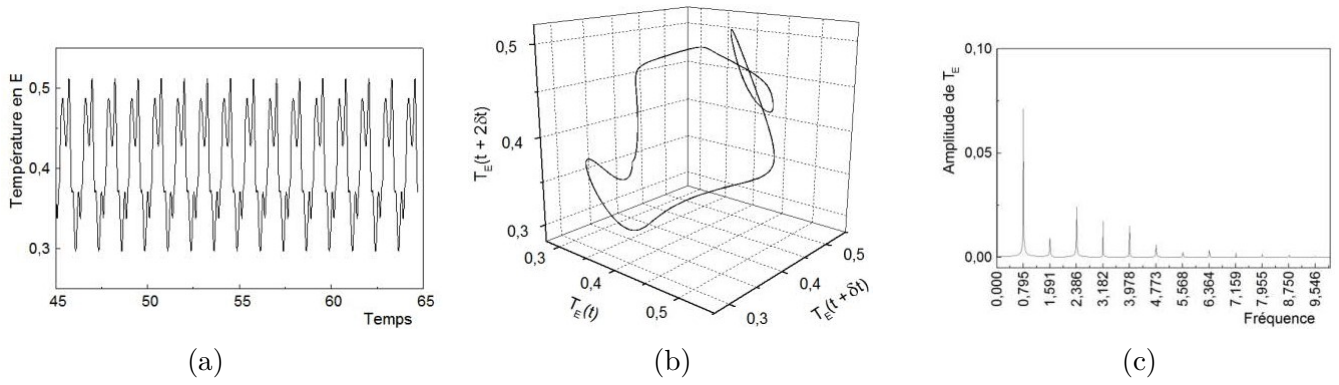


FIGURE 4.17 – Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $Ri = 30$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$.

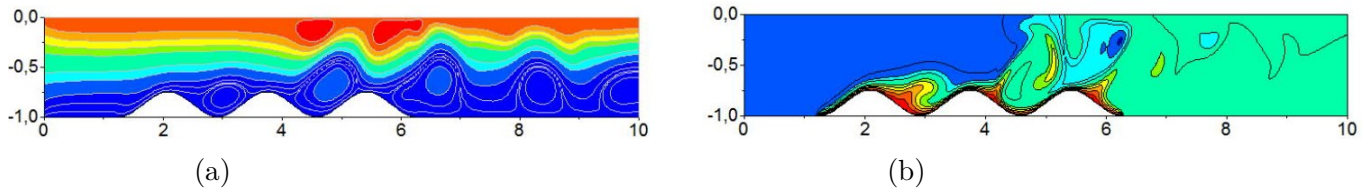


FIGURE 4.18 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Ri = 30$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$.

Pour $Ri = 30$, le signal temporel de la température sur la figure 4.17a montre que la solution est encore périodique. Cela est confirmé par le portrait de phase qui s'inscrit sur une boucle fermée (figure 4.17b) et le spectre d'amplitude (figure 4.17c) comportant une fréquence de base, dont la valeur adimensionnelle est $f_0 = 0,795$, ainsi que ses harmoniques. Les rouleaux de convection augmentent de volume et les panaches thermiques se forment sur toutes les protubérances. Toutefois, la répartition de température est plus uniforme en aval de la paroi chauffante (figure 4.18).

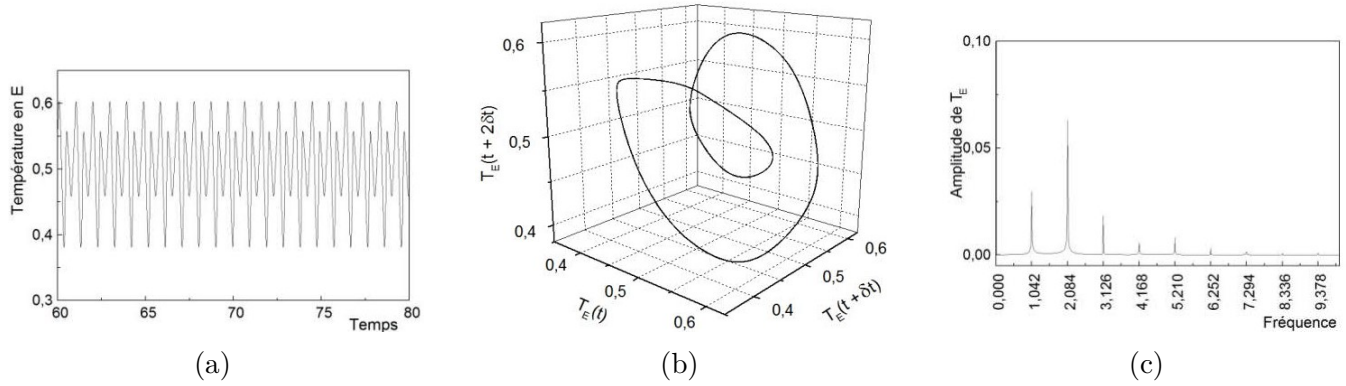


FIGURE 4.19 – Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $Ri = 50$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$.

Pour $Ri = 50$, les résultats illustrés par la figure 4.19 montrent que la solution reste périodique. C'est seulement l'allure du signal temporel (figure 4.19a) et du portrait de phase (figure 4.19b) qui change. On remarque aussi sur le spectre d'amplitude (figure 4.19c) que la fréquence de base augmente, signifiant que les agitations s'intensifient tout en restant périodiques.

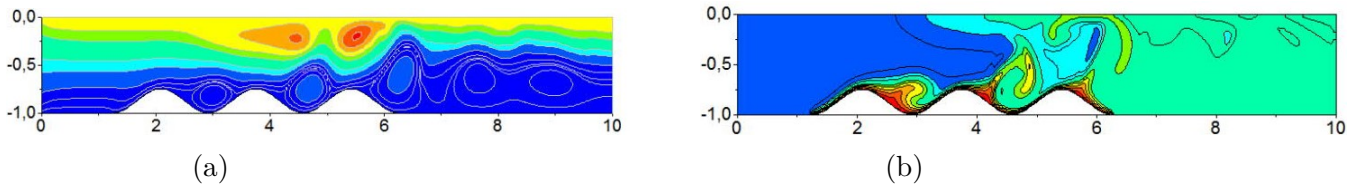


FIGURE 4.20 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Ri = 50$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$.

4.3.4 Cascade sous harmonique

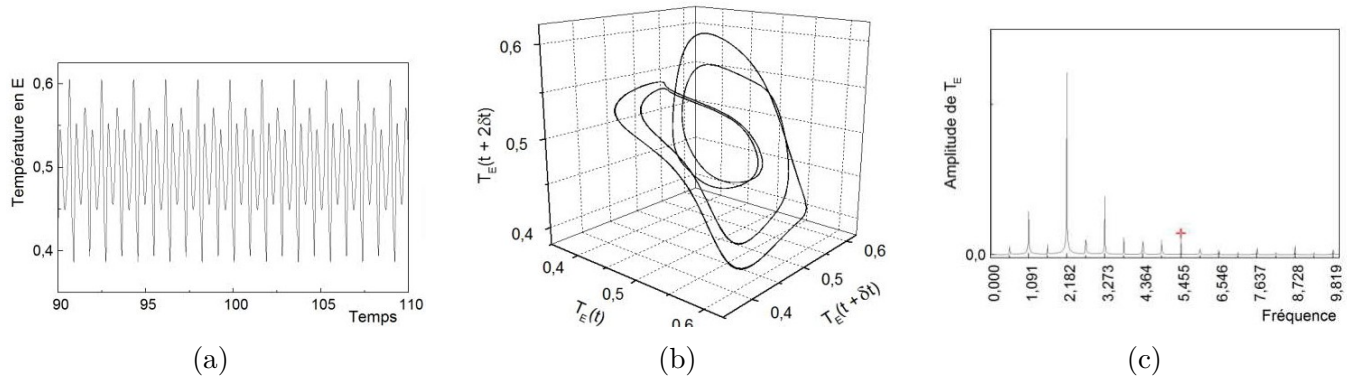


FIGURE 4.21 – Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $Ri = 55$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$.

En augmentant le nombre de Richardson à $Ri = 55$, le phénomène est encore périodique mais un dédoublement de la période se produit. En effet, si l'on compare les portraits de phase des figures 4.19b et 4.21b, on constate que la trajectoire se dédouble tout en restant cyclique. Sur le spectre d'amplitude, on voit qu'un premier pic de faible amplitude apparaît à une fréquence adimensionnelle $f = 0,545$ qui est à peu près la moitié de la fréquence de base obtenue pour le cas précédent. Toutes les harmoniques de cette première fréquence sont présentes sur le spectre. La comparaison des courbes de variations temporelles (figures 4.19a et 4.21a) permet aussi de constater ce phénomène. On observe donc ici le premier dédoublement de la période des oscillations qui est le début d'une cascade sous harmonique.

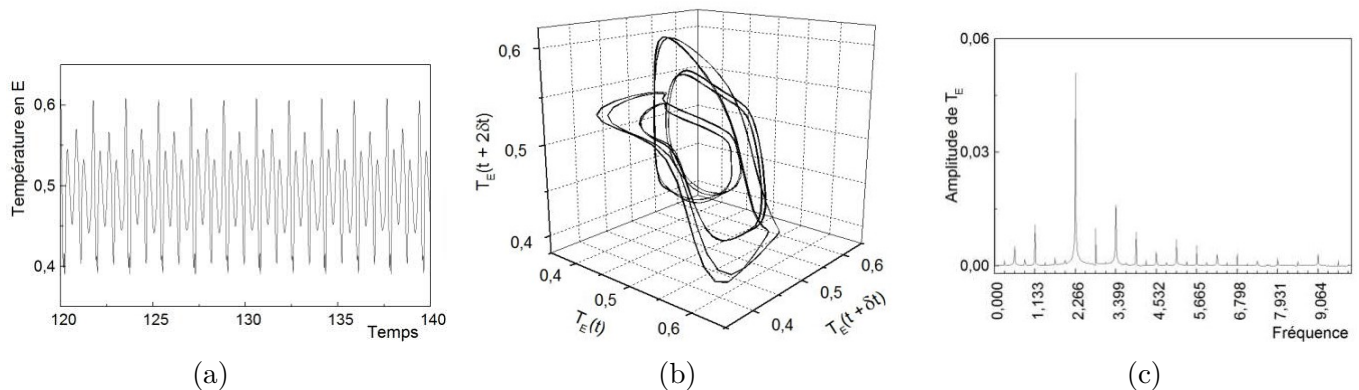


FIGURE 4.22 – Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $Ri = 60$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$.

La cascade sous harmonique se poursuit au fur et à mesure que le nombre de Richardson augmente comme l'illustre la figure 4.22 pour $Ri = 60$. On observe un deuxième dédoublement de la période des

oscillations. En effet, au lieu de comporter deux brins comme l'indique la figure 4.21b, le portrait de phase de la figure 4.22b en comporte quatre. Le premier pic observé sur la représentation fréquentielle (figure 4.22c) se trouve à une fréquence $f = 0,283$, soit encore la moitié de la fréquence de base pour le cas précédent.

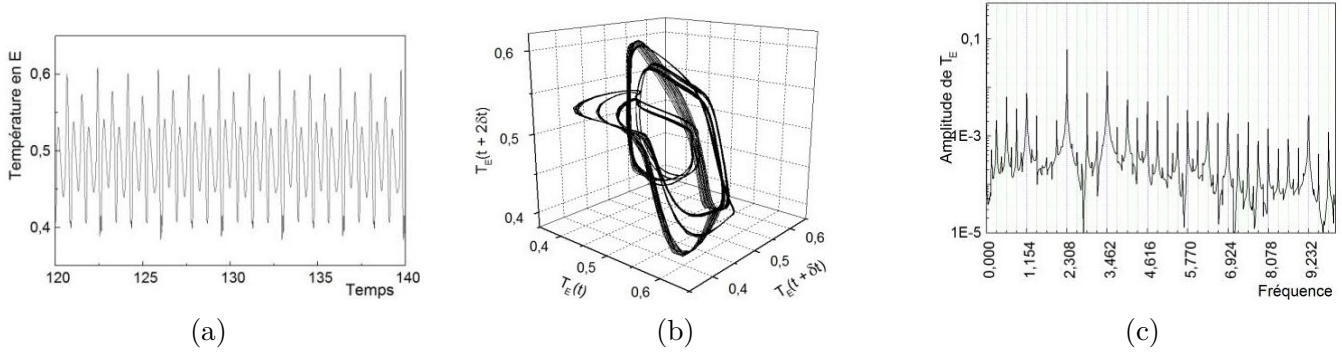


FIGURE 4.23 – Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $Ri = 62,5$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$.

Les courbes de la figure 4.23, correspondant à un nombre de Richardson $Ri = 62,5$, illustrent le troisième doublement de période. Le nombre de brins de trajectoire constituant le portrait de phase (figure 4.23b) se multiplie et devraient être au nombre de 8 bien que cela ne soit pas nettement visible sur la figure. Par contre le spectre d'amplitude, représenté à l'échelle logarithmique, montre assez clairement que le premier pic se trouve à une fréquence égale à la moitié de celle obtenue précédemment.

4.3.5 Régime chaotique

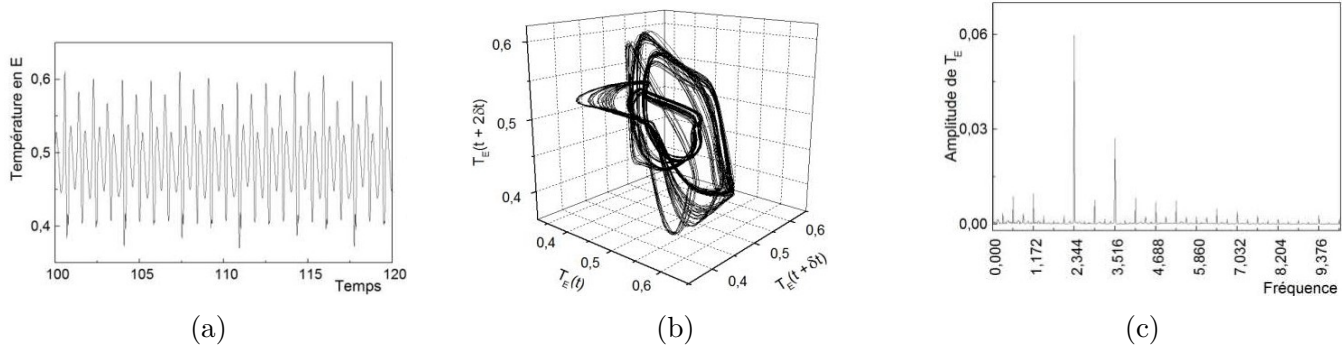


FIGURE 4.24 – Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $Ri = 65$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$.

Au fur et à mesure que l'on augmente le nombre de Richardson, la solution perd progressivement sa périodicité (figure 4.24a). Le portrait de phase s'épaissit en raison de la multiplication des trajectoires qui le constituent (figure 4.24b). Sur le spectre d'amplitude (figure 4.24c), entre les pics les plus énergétiques, encore nettement visibles et se trouvant à des fréquences encore commensurables, des pics de faible amplitude répartis irrégulièrement apparaissent. Cela indique que le phénomène chaotique commence à s'installer.

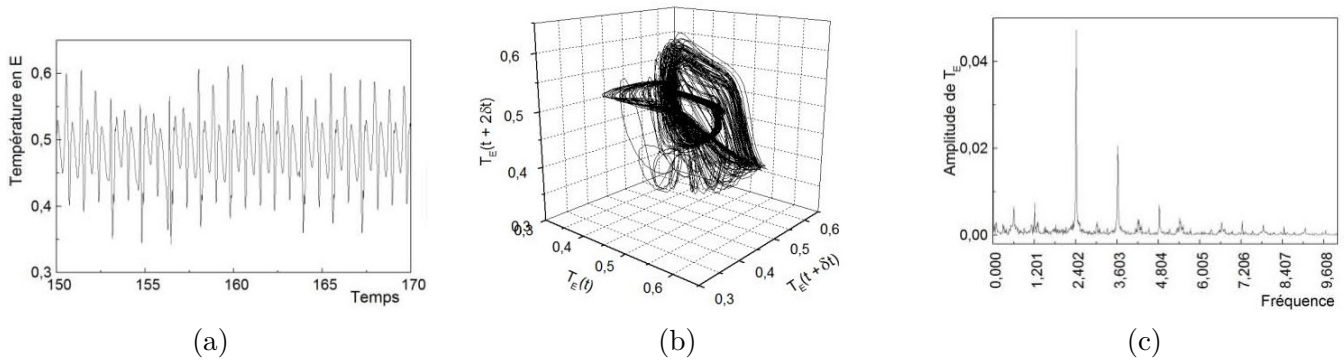


FIGURE 4.25 – Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $Ri = 70$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$.

Pour $Ri = 70$, le signal temporel de la température de la figure 4.25a indique que la solution subit encore des instabilités assez intenses. Le portrait de phase sur la figure 4.25b comporte des trajectoires assez désordonnées et le spectre d'amplitude est caractérisé par quelques pics qui valident le caractère chaotique du régime.

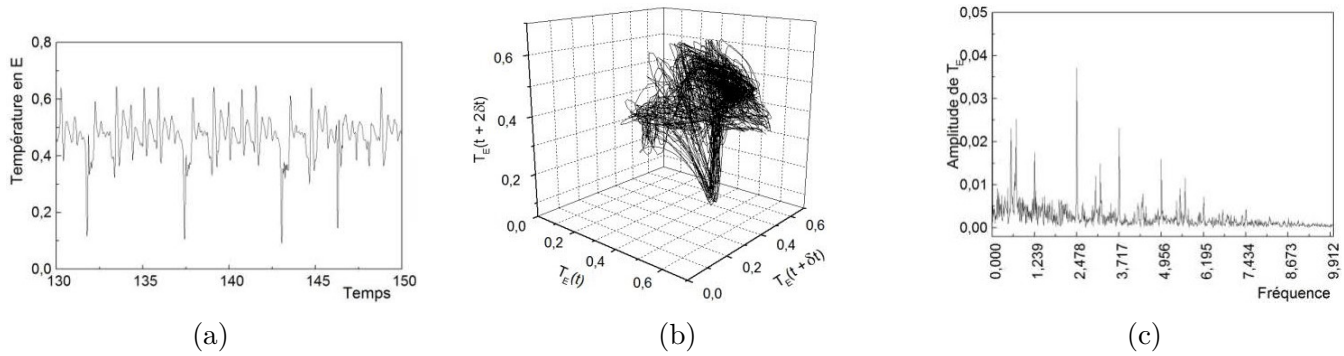


FIGURE 4.26 – Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $Ri = 75$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 0^\circ$.

Pour $Ri = 75$, l'instabilité de la solution devient intense. La variation temporelle de la température montre que la solution est complètement chaotique (voir figure 4.26a). Le portrait de phase de la figure 4.26b est constitué des trajectoires complètement désordonnées. Le spectre d'amplitude est caractérisé par des pics désordonnés (voir figure 4.26c).

4.3.6 Récapitulation sur la transition vers le chaos

Nous avons analysé le comportement dynamique et la structure de l'écoulement en faisant varier la température de cette paroi chaude. Dans notre approche adimensionnelle, cette variation de température est obtenue en faisant varier le nombre de Richardson Ri . Nous avons donc effectué une série de simulations numériques pour différentes valeurs de ce nombre Ri . La méthode des différences finies a été appliquée pour résoudre les équations de transfert dans le canal. Les résultats des simulations montrent que l'écoulement est stable pour les faibles valeurs du nombre de Richardson, c'est-à-dire lorsque la convection forcée domine encore la convection naturelle. Au fur et à mesure que Ri augmente la convection naturelle s'intensifie et des instabilités se produisent, se manifestant par l'apparition de rouleaux de convection et par un changement progressif de la structure thermique

de l'écoulement. Les variations temporelles des grandeurs permettent également de comprendre le mécanisme de cette déstabilisation. Ainsi, pour notre système, la transition vers le chaos s'effectue selon le scénario suivant. Pour les faibles valeurs de Ri , après une première phase transitoire, le régime se stabilise à grand temps sur un palier horizontal : c'est le point limite. Au fur et à mesure que ce nombre augmente le régime devient oscillatoire périodique : c'est le cycle limite. En augmentant encore Ri , les grandeurs continuent d'osciller périodiquement mais on observe une cascade de dédoublements de la période. Enfin, pour les grandes valeurs de Ri , les variations temporelles, toujours oscillatoires autour d'une valeur moyenne constante, semblent aléatoires : c'est le chaos.

4.4 Canal à inclinaison variable

4.4.1 Introduction

Le but de cette analyse est de voir l'influence de l'angle d'inclinaison du canal sur la structure de l'écoulement, le transfert de chaleur et sur le comportement dynamique de l'écoulement. Les résultats sont présentés sous forme des lignes de courant, des isothermes, de la température à la sortie du canal et l'évolution temporelle de la température moyenne à la sortie du canal lorsque le régime se stabilise et sous forme de signal temporel d'une température enregistrée au sein de l'écoulement, de portrait de phase et de spectre d'amplitude pour le régime transitoire.

4.4.2 Influence de l'angle d'inclinaison

4.4.2.1 Régime stable

Pour voir l'utilité de l'inclinaison du canal, nous analysons quelques valeurs de l'angle d'inclinaison du canal (0° , 10° , 15° , 20° , 30° , 45° , 60° , 75° , 90° , 105° , 120° , 135° , 150° , 165° et 180°) en fixant la valeur des autres paramètres ($Ra = 239\,625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$).

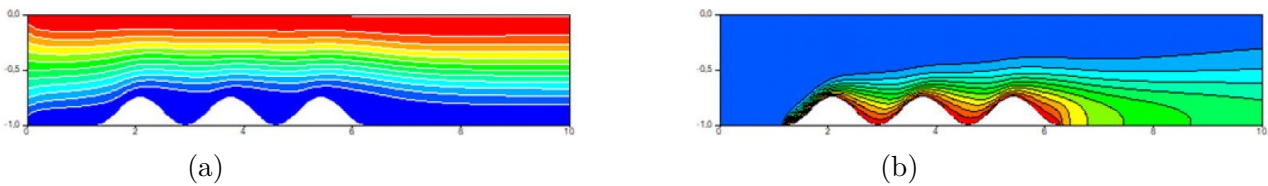


FIGURE 4.27 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $\theta = 0^\circ$, $Ra = 239\,625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$.

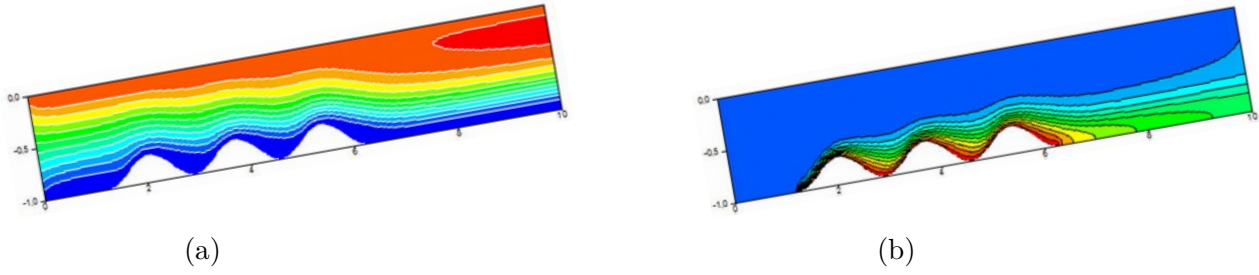


FIGURE 4.28 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $\theta = 10^\circ$, $Ra = 239\,625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$.

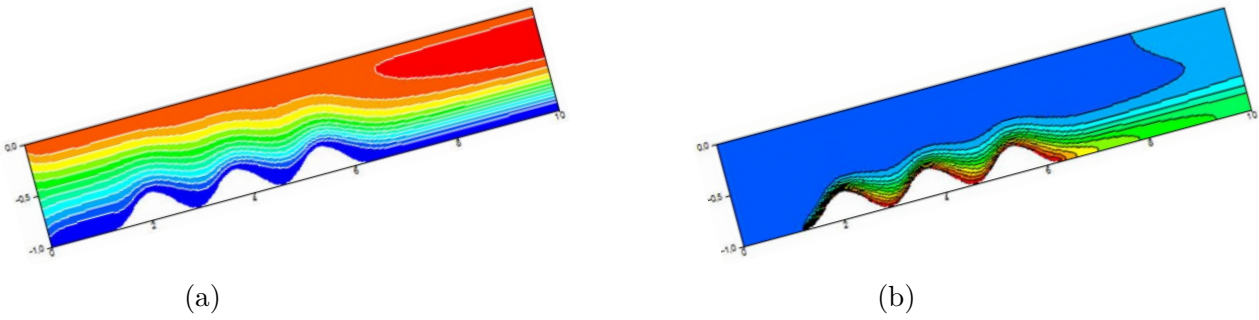


FIGURE 4.29 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $\theta = 15^\circ$, $Ra = 239\,625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$.

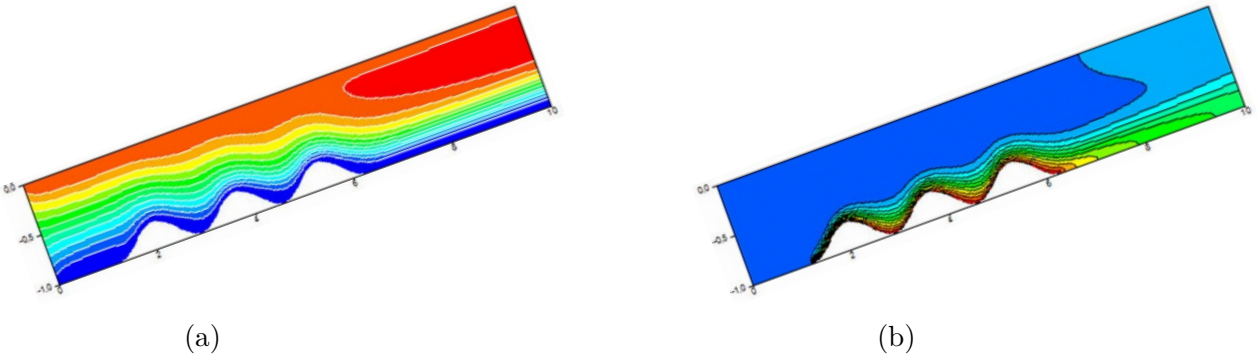


FIGURE 4.30 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $\theta = 20^\circ$, $Ra = 239\,625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$.

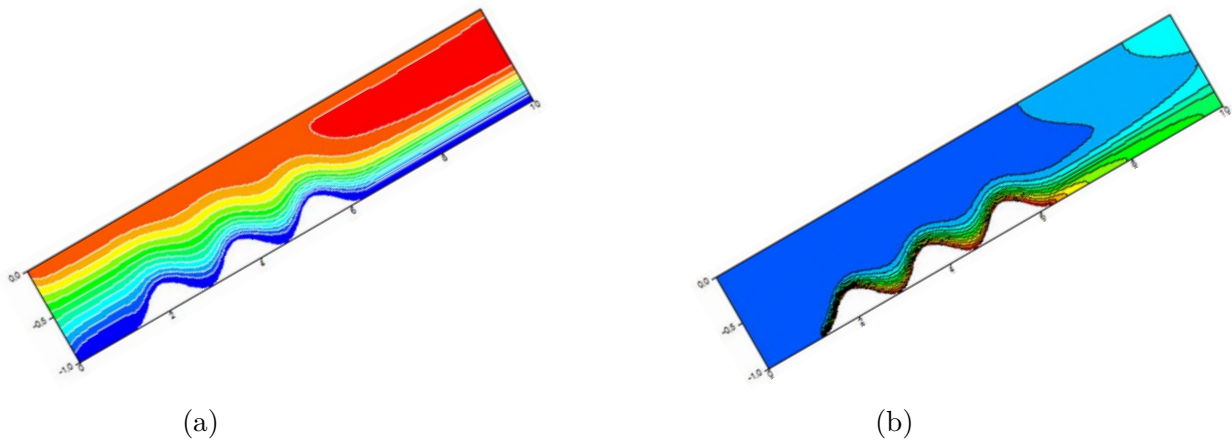


FIGURE 4.31 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $\theta = 30^\circ$, $Ra = 239\,625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$.

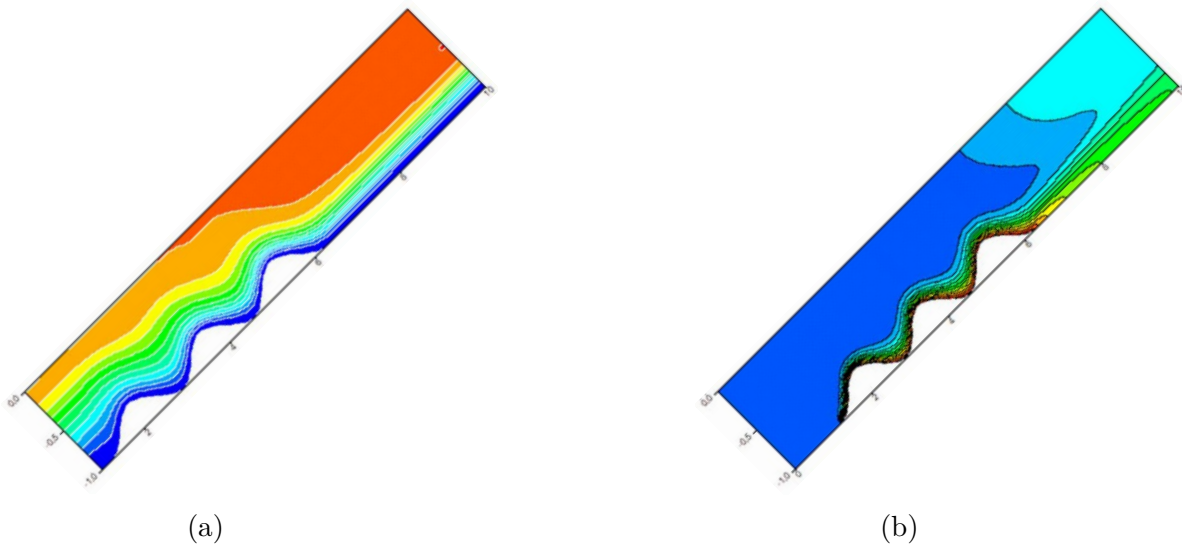


FIGURE 4.32 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $\theta = 45^\circ$, $Ra = 239\,625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$.

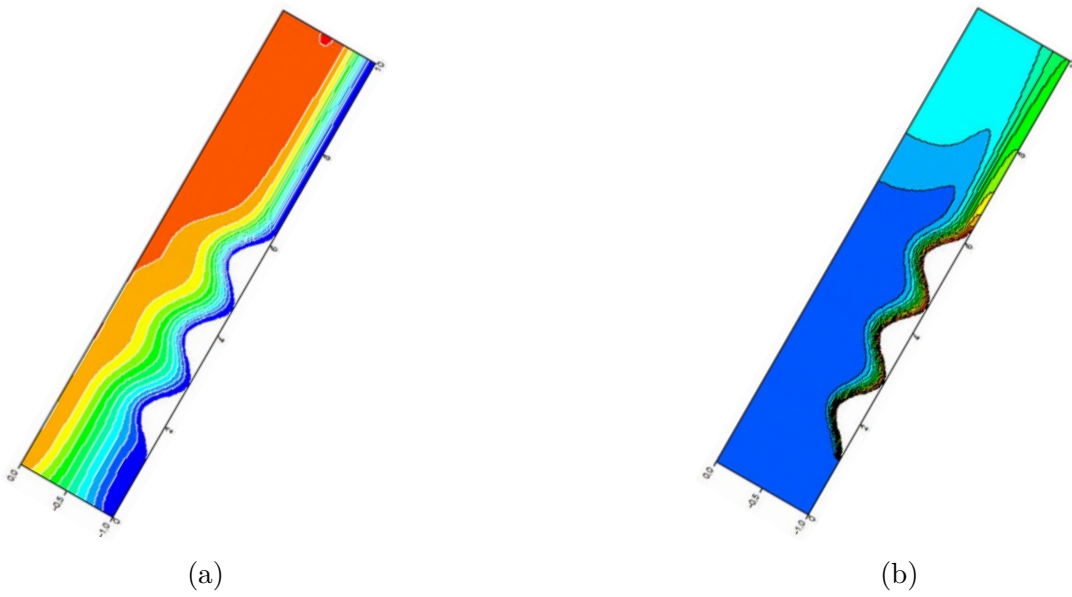


FIGURE 4.33 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $\theta = 60^\circ$, $Ra = 239\,625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$.

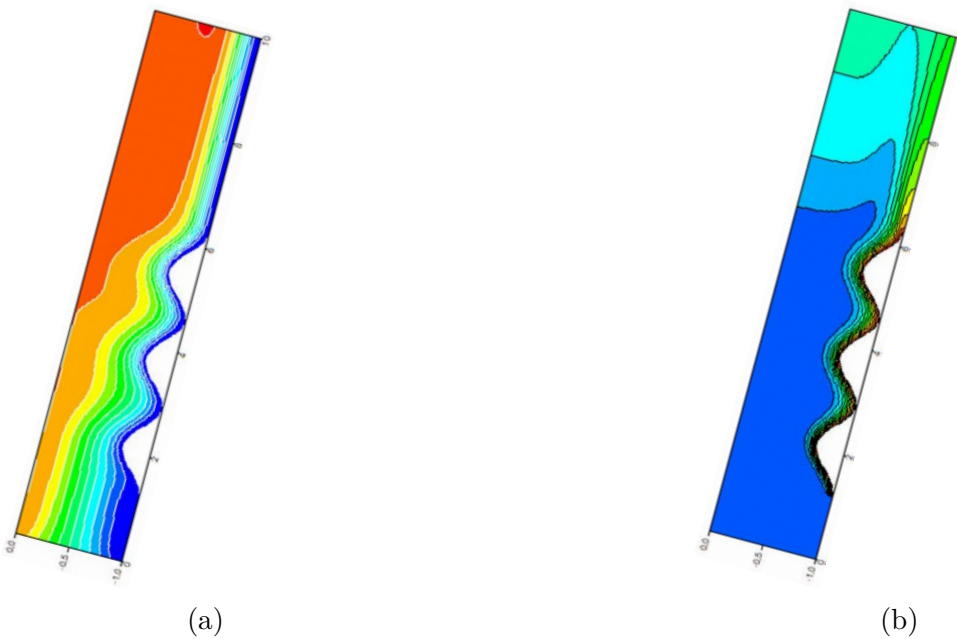


FIGURE 4.34 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $\theta = 75^\circ$, $Ra = 239\,625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$.

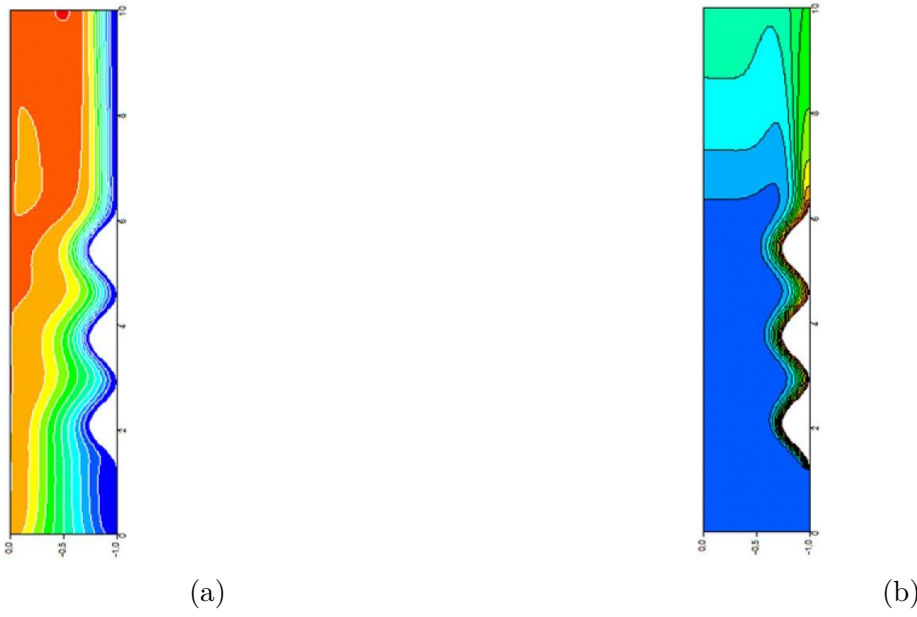


FIGURE 4.35 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $\theta = 90^\circ$, $Ra = 239\,625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$.

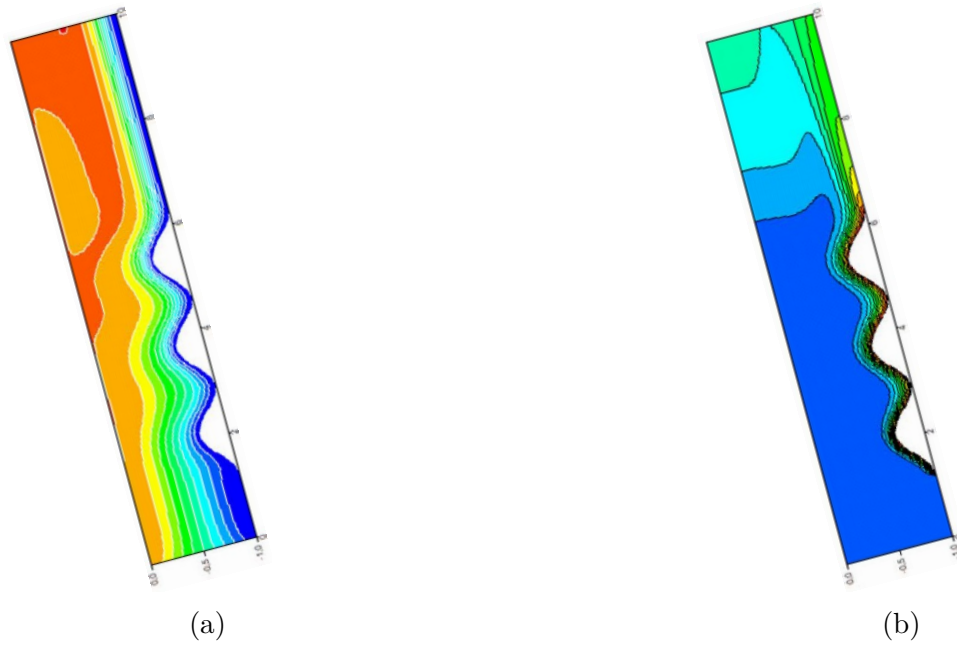


FIGURE 4.36 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $\theta = 105^\circ$, $Ra = 239\,625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$.

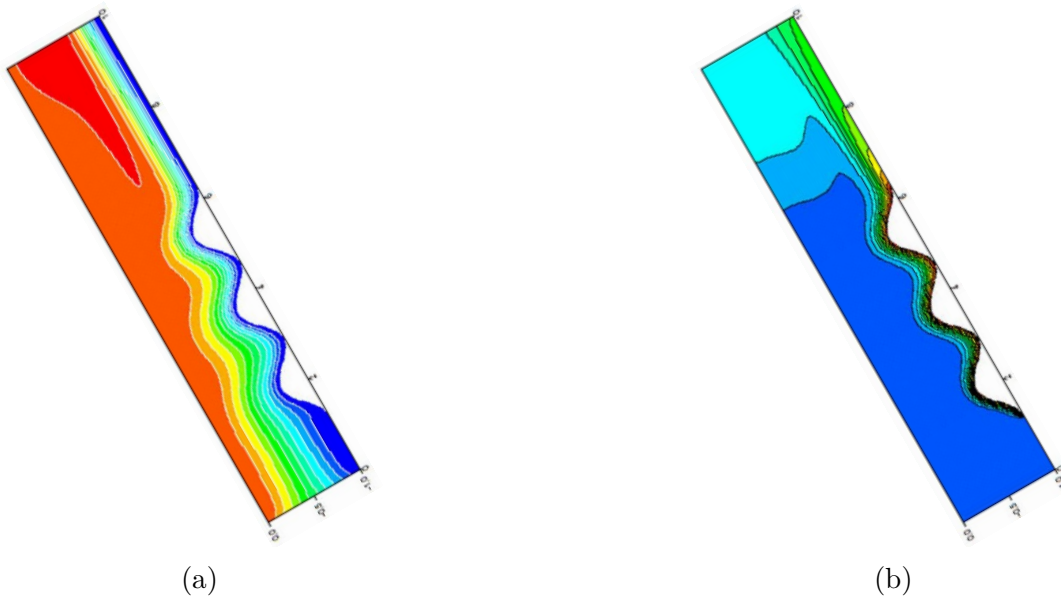


FIGURE 4.37 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $\theta = 120^\circ$, $Ra = 239\,625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$.

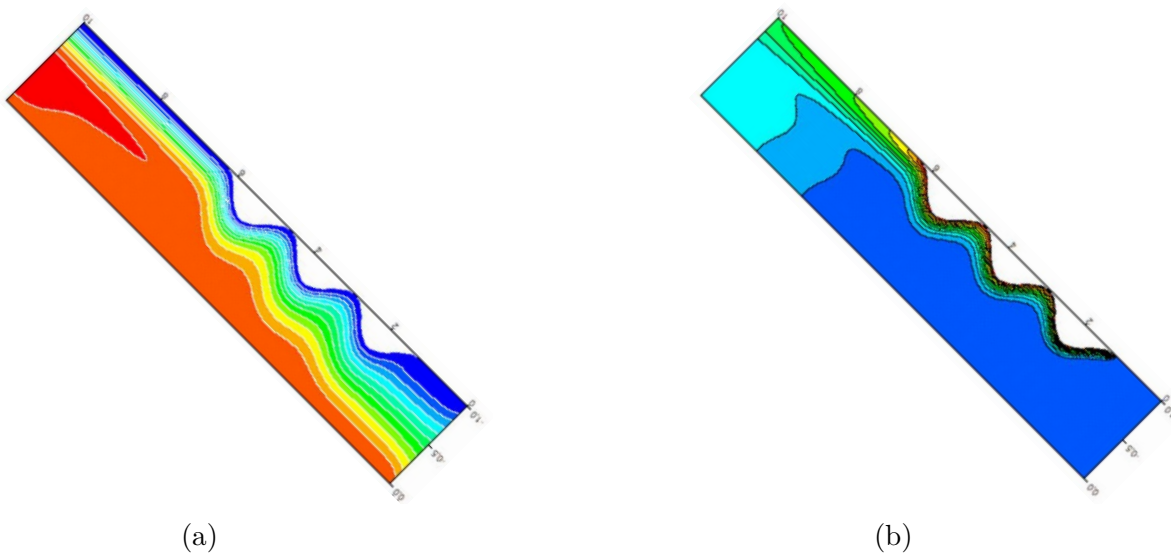


FIGURE 4.38 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $\theta = 135^\circ$, $Ra = 239\,625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$.

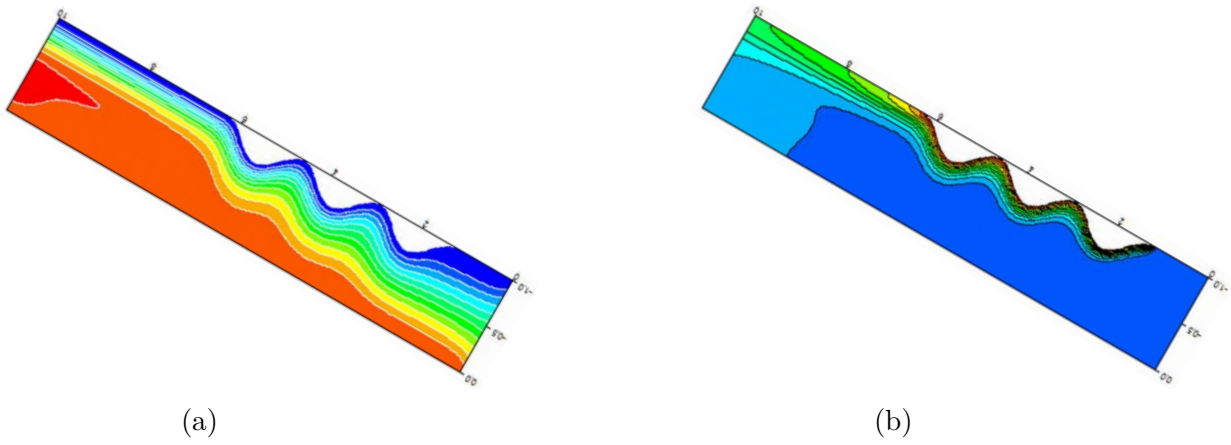


FIGURE 4.39 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $\theta = 150^\circ$, $Ra = 239\,625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$.

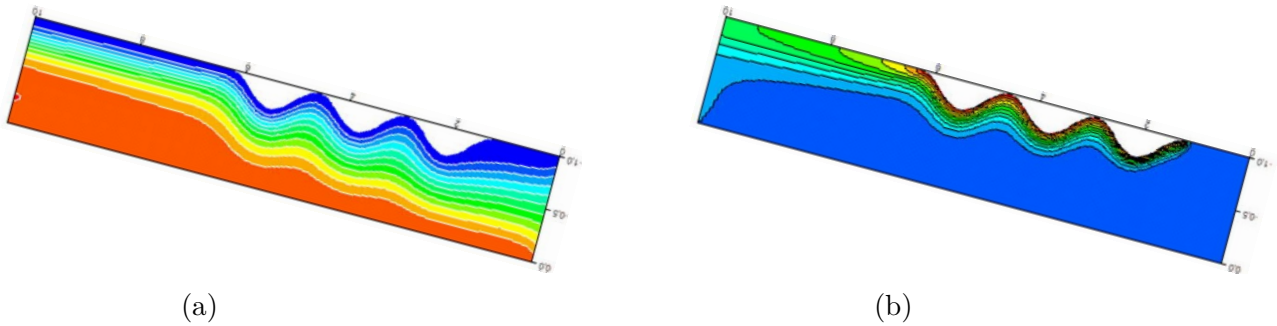


FIGURE 4.40 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $\theta = 165^\circ$, $Ra = 239\,625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$.

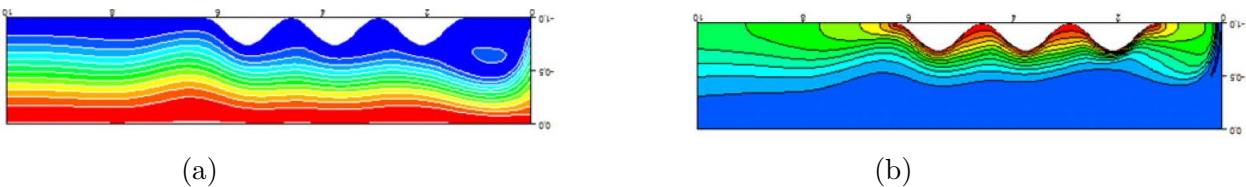


FIGURE 4.41 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $\theta = 180^\circ$, $Ra = 239\,625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$.

Selon les figures 4.27a, 4.28a, 4.29a, 4.30a, 4.31a, 4.32a, 4.33a, 4.34a, 4.35a, 4.36a, 4.37a, 4.38a, 4.39a, 4.40a et 4.41a, on constate que les lignes de courant épousent la forme du canal pour ($\theta = 0^\circ$) tandis qu'avec le canal incliné, elles se resserrent au sommet des protubérances et se concentrent au voisinage de la paroi inférieure en aval des protubérances à cause de la présence de la zone de recirculation. Cette zone augmente en taille avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison jusqu'à (30°) lorsque que les protubérances sont situées en bas. Elle commence à se disparaître petit à petit à partir de $\theta = 45^\circ$ jusqu'à $\theta = 75^\circ$. Elle re-apparaît à nouveau à partir de $\theta = 90^\circ$. Pour ($\theta = 180^\circ$), les lignes de courant se présentent différemment des autres cas. On remarque une formation d'une zone de recirculation en amont des protubérances. Quant à la répartition des isothermes illustrées par les figures 4.27b, 4.28b, 4.29b, 4.30b, 4.31b, 4.32b, 4.33b, 4.34b, 4.35b,

4.36b, 4.37b, 4.38b, 4.39b, 4.40b et 4.41b, on peut noter que quelle que soit la valeur de l'angle d'inclinaison du canal, les isothermes se présentent sous formes des panaches thermiques.

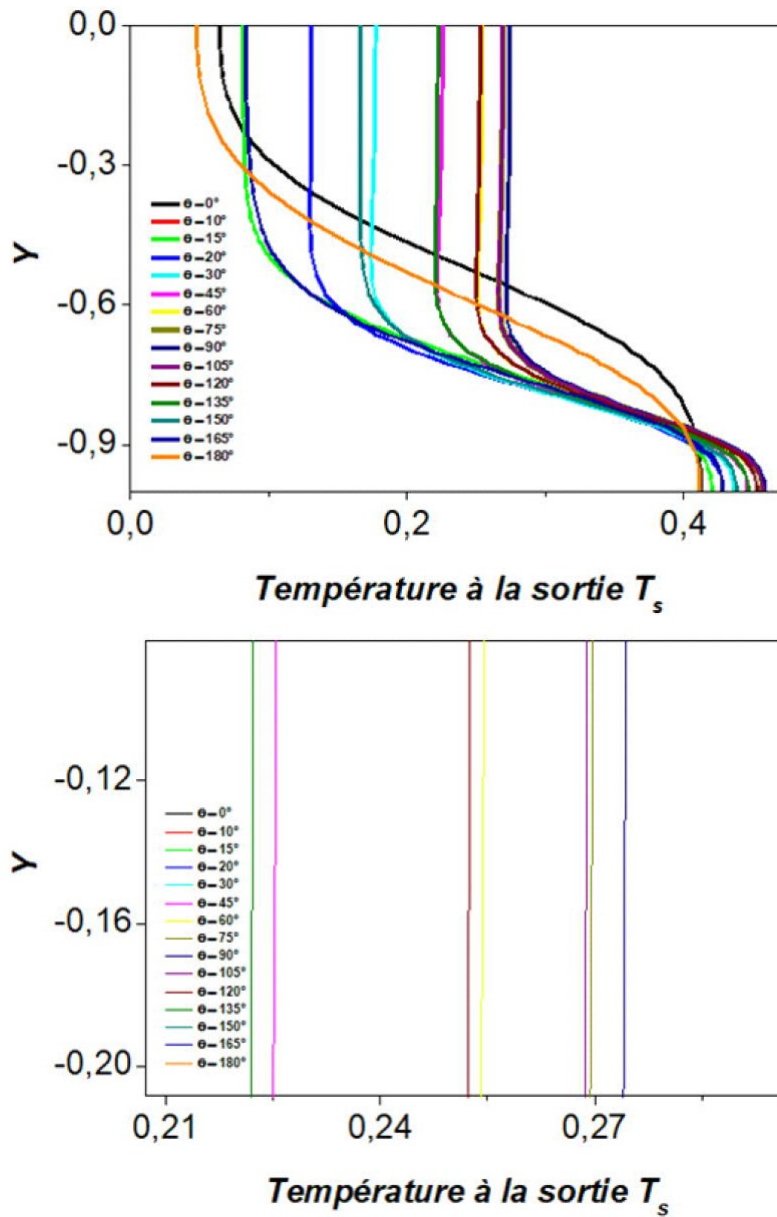


FIGURE 4.42 – Influence de l' angle d'inclinaison sur le profil de température à la sortie du canal pour $Ra = 239\,625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$.

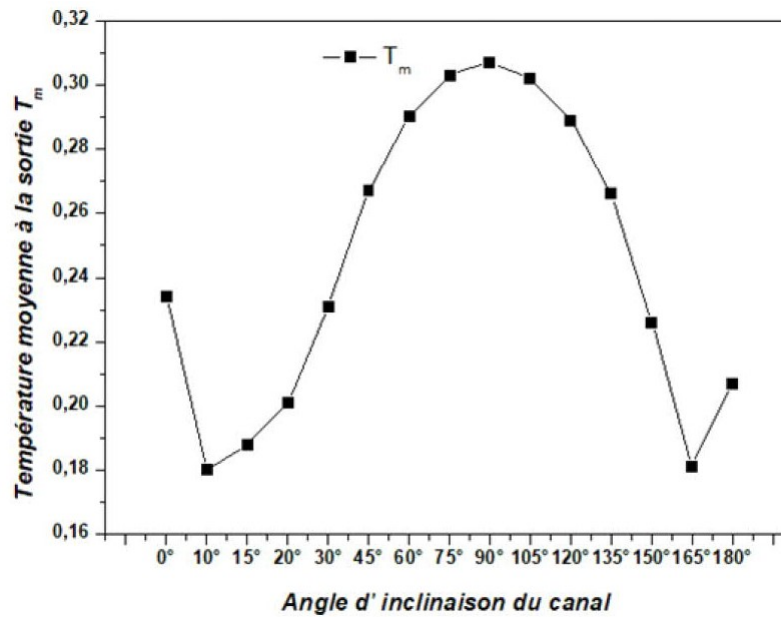


FIGURE 4.43 – Influence de l' angle l'inclinaison sur la température moyenne à la sortie du canal pour $Ra = 239\,625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$.

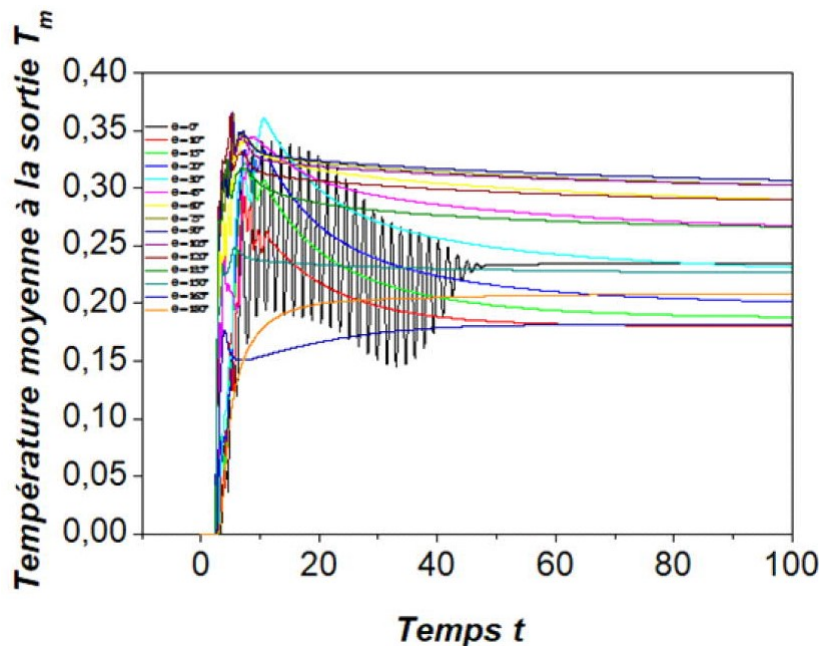


FIGURE 4.44 – Evolution temporelle de la température moyenne à la sortie du canal pour différentes valeurs de l' angle d' inclinaison θ avec $Ra = 239\,625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$ et $p = 3$.

Selon les figures 4.42, 4.43 et 4.44 représentant l'influence de l'angle d'inclinaison sur la répartition de la température du fluide et sur la température moyenne à la sortie du canal et l'évolution temporelle de la température moyenne pour différentes valeurs de l'angle d'inclinaison, on constate que pour le canal avec un angle d'inclinaison 90° (canal vertical), la température obtenue à la sortie du canal est assez intéressante en comparant avec les autres inclinaisons. Ensuite, pour une inclinaison 75° , on peut également avoir une température assez élevée à la sortie. D'après les figures 4.43 et 4.44, on peut voir que la température moyenne du fluide à la sortie du canal pour θ égal 75° et 105° est

quasiment identique, toutefois, il y a une différence entre eux comme le tableau 4.1 indique. Cela montre que la paroi chauffante située en bas favorise le mouvement de la convection mixte dans le canal par rapport à celle placée en haut (voir aussi 15° et 165° , 30° et 150° , 45° et 135° , 60° et 120°). Généralement, on peut dire que le choix de l'angle d'inclinaison du canal joue un rôle très important sur la température du fluide à la sortie du canal.

TABLE 4.1 – Température moyenne à la sortie du canal pour différentes valeurs de l'angle d'inclinaison θ .

θ ($^\circ$)	T
0°	0,234
10°	0,180
15°	0,188
20°	0,201
30°	0,231
45°	0,267
60°	0,290
75°	0,303
90°	0,307
105°	0,302
120°	0,289
135°	0,266
150°	0,226
165°	0,181
180°	0,207

4.4.2.2 Régime oscillatoire et chaotique

Cette analyse a pour but de voir l'influence de l'angle d'inclinaison θ du canal sur la transition du régime laminaire vers le régime chaotique. Nous prenons quelques valeurs de θ en fixant la valeur du nombre de Richardson à $Ri = 60$ et les autres paramètres tels que : $Re = 150$, $a = 0,25$ et $p = 3$. Quelques échantillons des résultats obtenus sont présentées sur les figures 4.40 à 4.45.

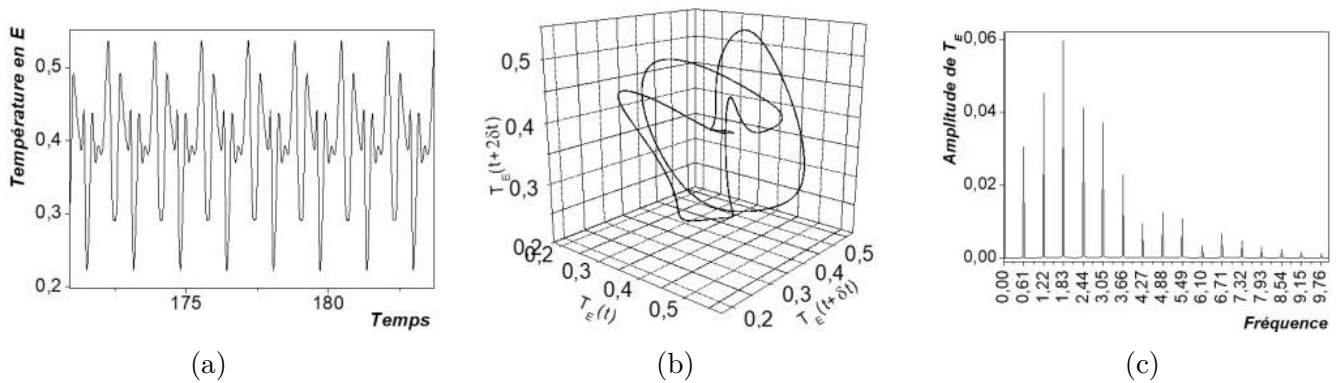


FIGURE 4.45 – Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $\theta = 6^\circ$, $Ri = 60$, $Re = 150$, $a = 0,25$ et $p = 3$.

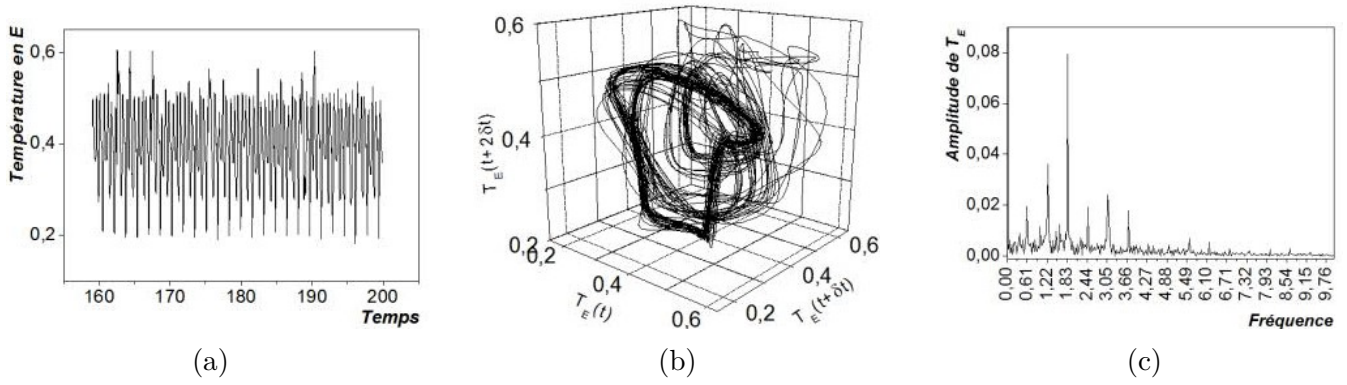


FIGURE 4.46 – Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $\theta = 6,5^\circ$, $Ri = 60$, $Re = 150$, $a = 0,25$ et $p = 3$.

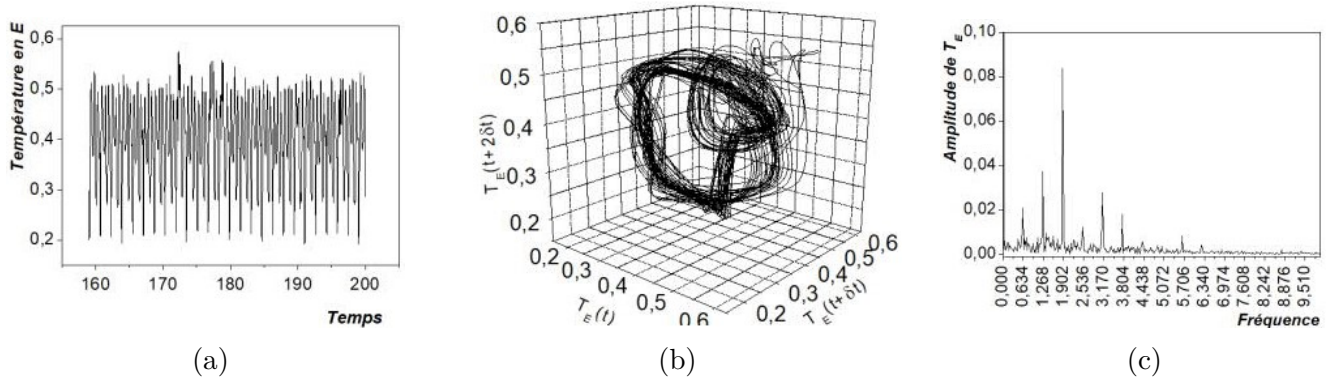


FIGURE 4.47 – Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $\theta = 7^\circ$, $Ri = 60$, $Re = 150$, $a = 0,25$ et $p = 3$.

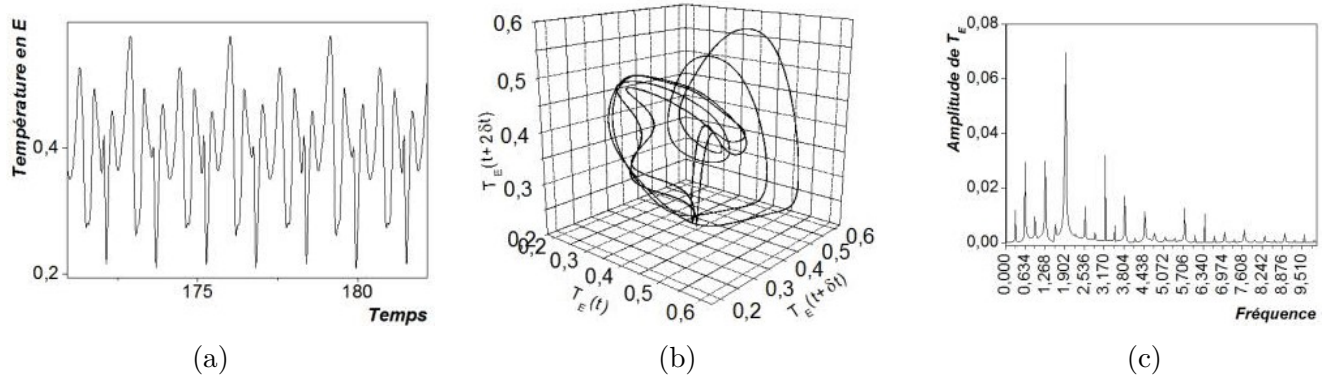


FIGURE 4.48 – Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $\theta = 7,75^\circ$, $Ri = 60$, $Re = 150$, $a = 0,25$ et $p = 3$.

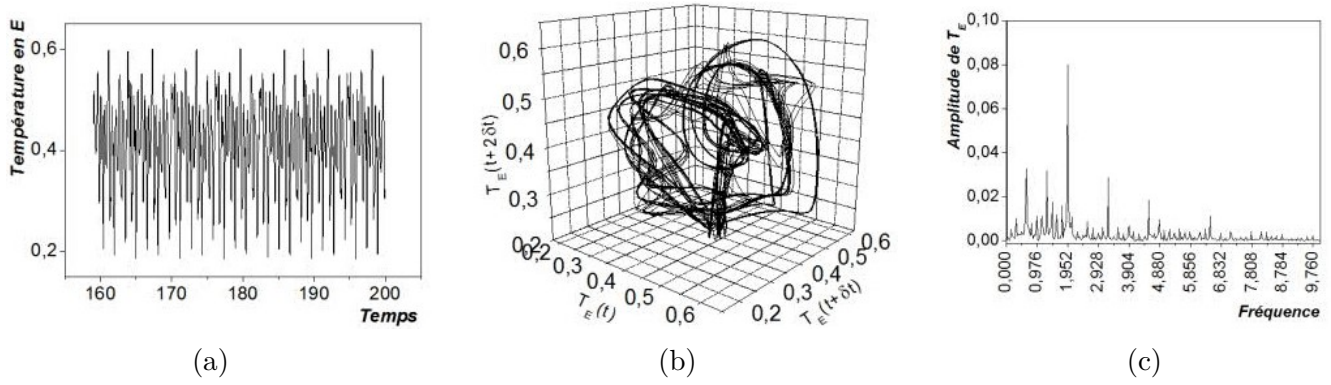


FIGURE 4.49 – Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $\theta = 8,25^\circ$, $Ri = 60$, $Re = 150$, $a = 0,25$ et $p = 3$.

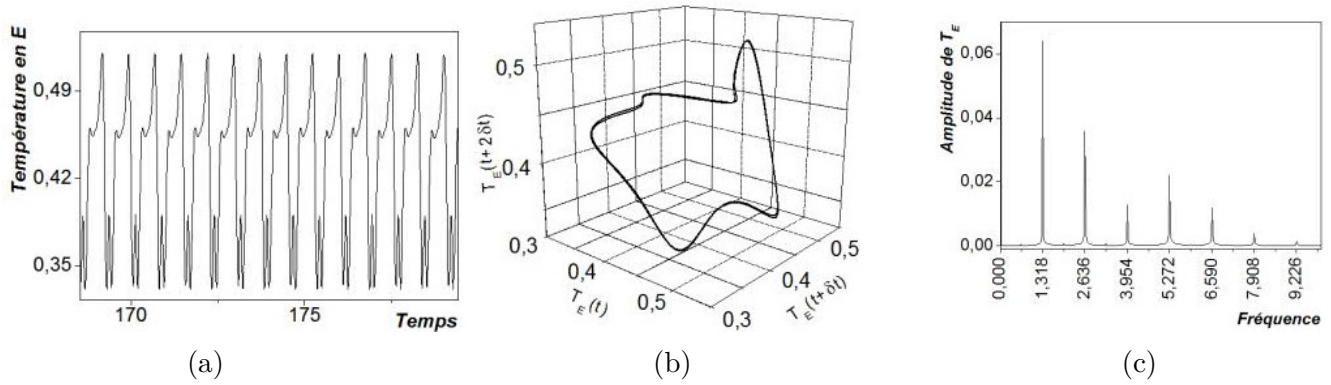


FIGURE 4.50 – Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $\theta = 8,75^\circ$, $Ri = 60$, $Re = 150$, $a = 0,25$ et $p = 3$.

En examinant les différentes figures présentées ci - dessus, on constate que la solution a un comportement instable entre θ égal 6° à $8,75^\circ$ pour $Ri = 60$. D'après les figures 4.45 et 4.48 ($\theta = 6^\circ$ et $7,75^\circ$), on remarque que la solution reste encore instable mais la période des oscillations se multiplie, c'est le dédoublement de la période. Dans ce cas, le portrait de phase comporte deux brins. Le spectre d'amplitude possède de fréquence de base qui se divise en deux. La solution perd complètement leur périodicité, c'est à dire qu'elle rencontre des instabilités intensives, c'est le « chaos » pour $\theta = 6,5^\circ$, 7° et $8,25^\circ$ (figures 4.46, 4.47 et 4.49). Plusieurs boucles désordonnées ont été remarquée sur le portrait de phase (figures 4.46b, 4.47b et 4.49b). Le spectre d'amplitude est caractérisé par quelques pics répartis de façon irrégulière (figures 4.46c, 4.47c et 4.49c). Pour $\theta = 8,75^\circ$, la représentation temporelle de la température montre que la solution a un comportement oscillatoire périodique, qui est confirmé par son portrait de phase constituant une boucle fermée dans l'espace de phase. Dans ce cas, l'attracteur est appelé : cycle limite (figures 4.50b). Le spectre d'amplitude obtenu à partir de l'analyse de Fourier du signal temporel de la température contient une fréquence fondamentale avec certain nombre d'harmoniques (figures 4.50c).

4.5 Canal incliné à 12°

4.5.1 Influence du nombre de Richardson

4.5.1.1 Introduction

Cette fois - ci, l'influence du nombre de Richardson sur la transition vers le chaos est examinée. Nous faisons varier le nombre de Richardson (60 ; 62 ; 63 ; 64 ; 64,5 ; 65 ; 66 ; 67 ; 68 et 70) en fixant les autres paramètres ($Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 12^\circ$) afin de voir l'évolution du système.

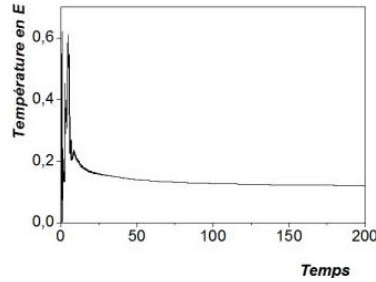


FIGURE 4.51 – Signal de température pour $Ri = 60$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 12^\circ$.

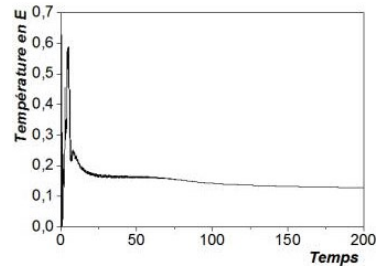


FIGURE 4.52 – Signal de température pour $Ri = 62$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 12^\circ$.

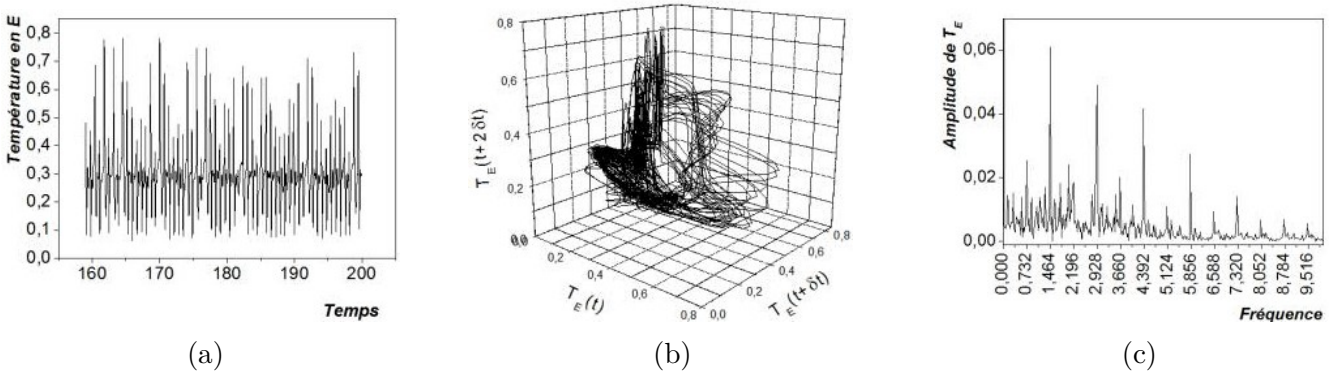


FIGURE 4.53 – Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $Ri = 63$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 12^\circ$.

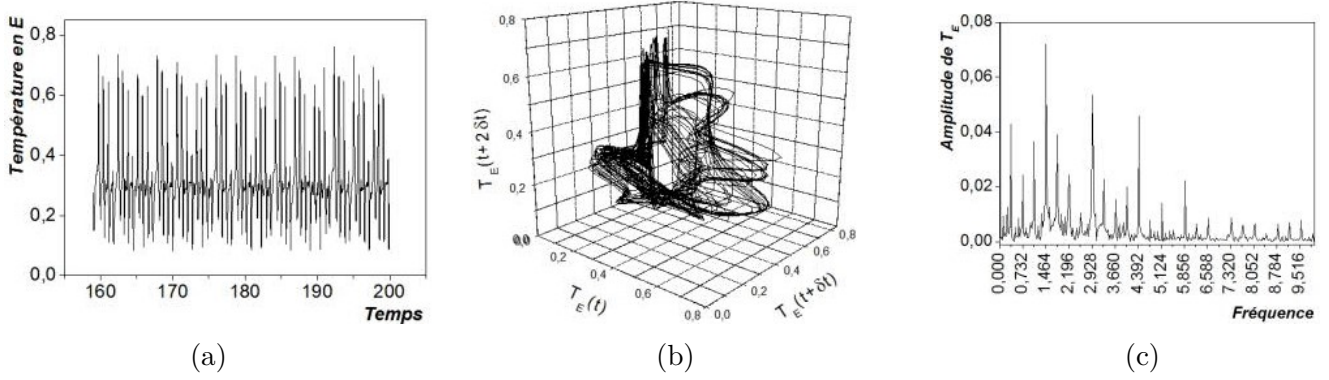


FIGURE 4.54 – Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $Ri = 64$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 12^\circ$.

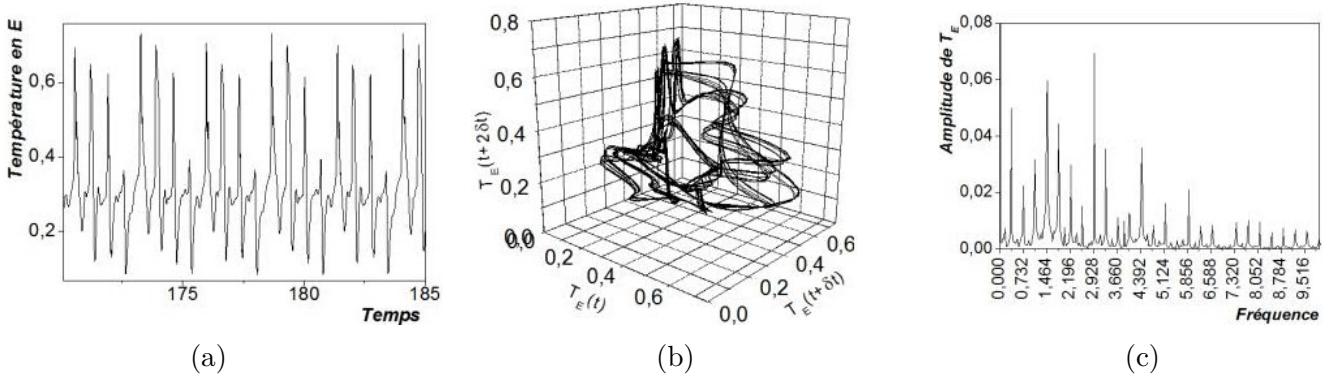


FIGURE 4.55 – Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $Ri = 64,5$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 12^\circ$.

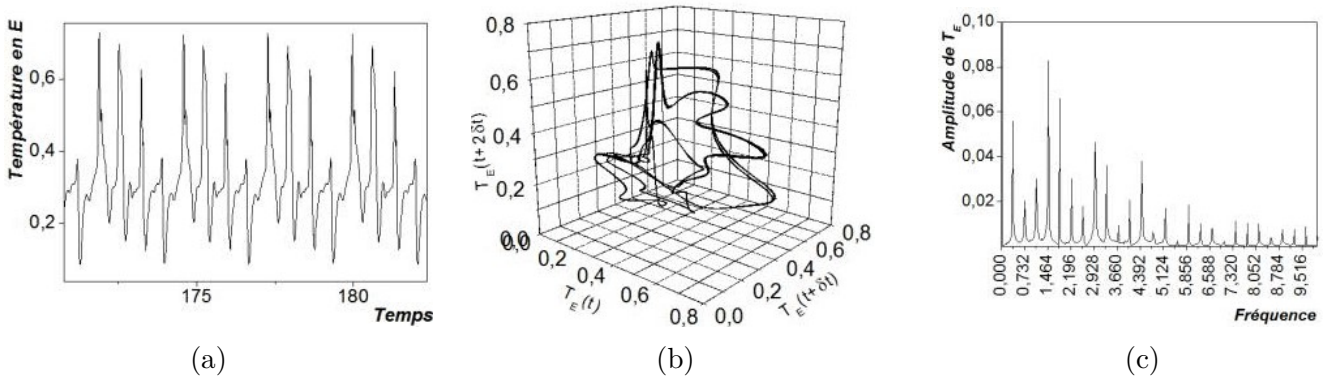


FIGURE 4.56 – Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $Ri = 65$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 12^\circ$.

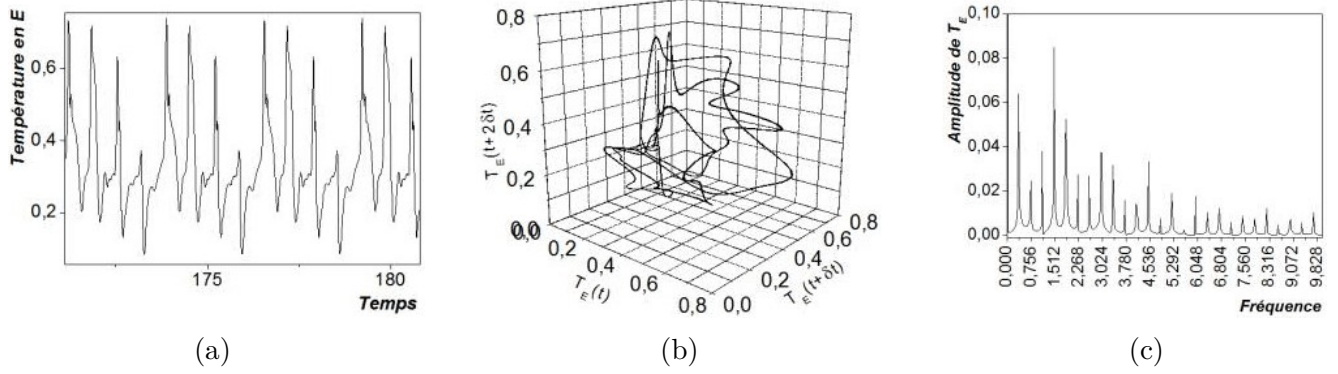


FIGURE 4.57 – Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $Ri = 66$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 12^\circ$.

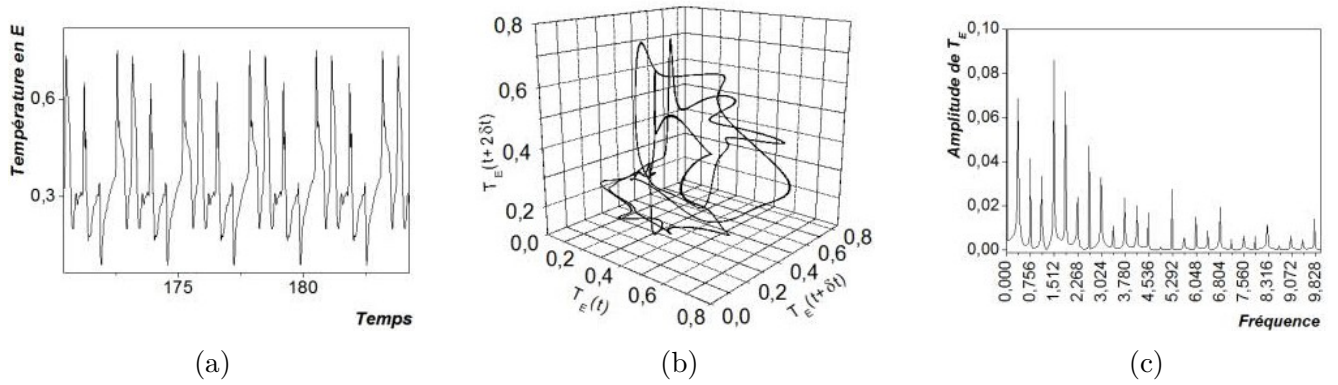


FIGURE 4.58 – Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $Ri = 67$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 12^\circ$.

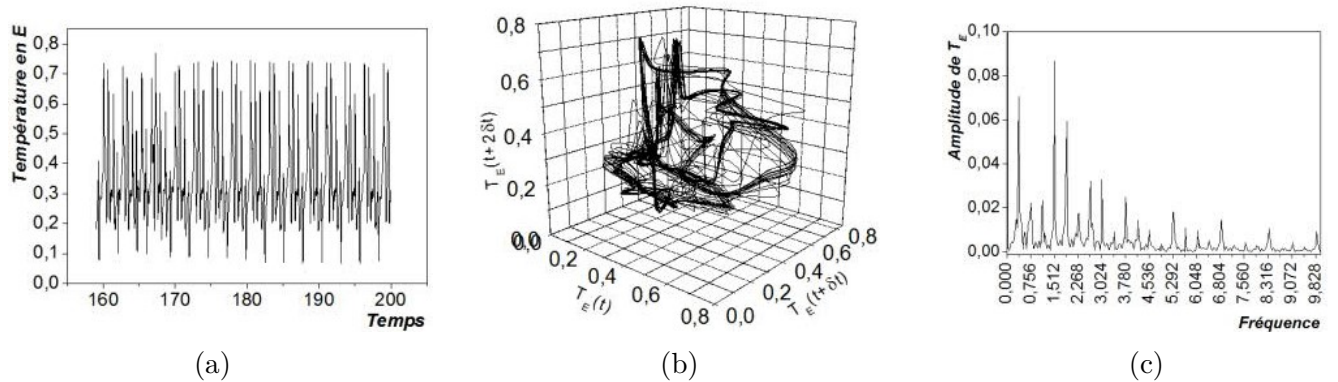


FIGURE 4.59 – Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d'amplitude pour $Ri = 68$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 12^\circ$.

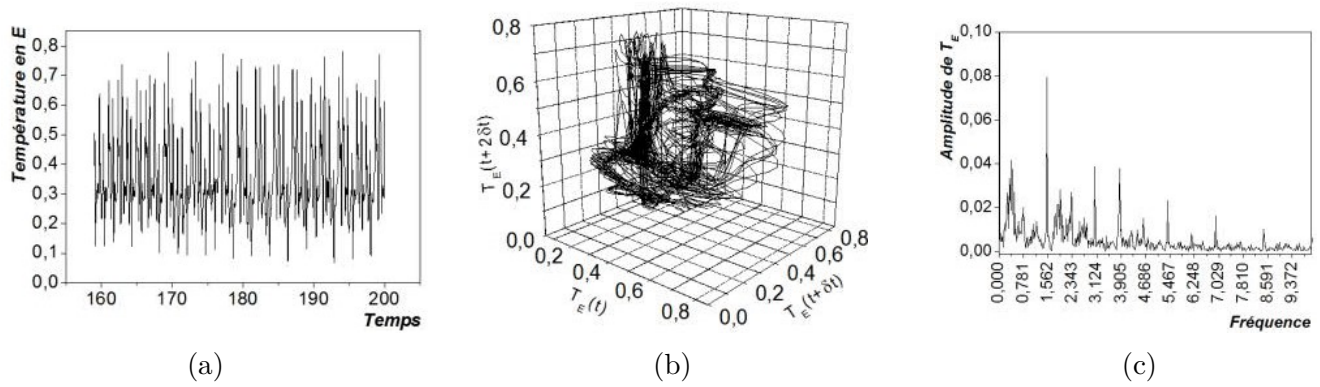


FIGURE 4.60 – Signal temporel (a), portrait de phase (b) et spectre d’amplitude pour $Ri = 70$, $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 12^\circ$.

Pour $Ri = 60$ et 62 , on remarque que la solution se stabilise à grand temps, elle ne présente aucune perturbation (figures 4.51 et 4.52). Au fur et à mesure qu’on augmente Ri , la solution subit des instabilités intenses conduisant à un comportement chaotique (figures 4.53 et 4.54). En continuant à augmenter Ri , une cascade inverse se manifeste (figures 4.55, 4.56, 4.57 et 4.58) avant que le chaos s’installe définitivement (figures 4.59 et 4.60).

4.5.2 Récapitulation

D’après les différentes analyses sur la transition vers le chaos, on constate que pour une même valeur de Ri (60), entre l’angle d’inclinaison 6° à $8,75^\circ$, la solution subit des instabilités de différentes formes tandis qu’à partir de l’angle d’inclinaison égal à 12° , il se stabilise. Par contre, si on fixe la valeur de l’angle d’inclinaison à 12° et on fait varier le nombre de Richardson, le système devient encore instable.

4.6 Canal incliné à 75°

4.6.1 Introduction

Nous rassemblons dans cette partie les résultats donnés par la simulation numérique de la convection mixte dans un canal incliné à 75° présentant des protubérances sinusoïdales après avoir tenu compte l'analyse de l'influence de l'inclinaison du canal sur la structure d'écoulement et le mécanisme du transfert thermique. Les résultats sont enregistrés lorsque le régime se stabilise (régime stationnaire final). Rappelons que le chauffage de ce système est fait à travers les protubérances sur lesquelles on maintient une température constante. Les résultats sont présentés sous forme des lignes de courant, des isothermes, de la température à la sortie du canal, du profil de la vitesse en amont, au sommet et en aval des protubérances, du taux du transfert de chaleur local et moyen et l'évolution temporelle de la température moyenne à la sortie du canal.

L'analyse de plusieurs paramètres de contrôle permettant d'améliorer ou de réduire l'échange thermique entre le fluide et la paroi est faite. Les calculs sont faits pour quelques valeurs du nombre de Reynolds $100 < Re < 900$, du nombre de Rayleigh $50\,000 < Ra < 700\,000$ et de l'amplitude des protubérances $0 < a < 0,55$.

4.6.2 Influence du nombre de Reynolds

L'influence du nombre de Reynolds sur la structure d'écoulement et sur le transfert de la chaleur a été analysée ci- dessous. Ce nombre est caractérisé par la vitesse d'injection du fluide à l'entrée du canal. Nous prenons cinq valeurs du nombre de Reynolds : $Re = 100, 300, 500, 700$ et 900 et les autres paramètres sont fixés : $Ra = 28\,400$, $a = 0,25$, $p = 3$, $\theta = 75^\circ$.

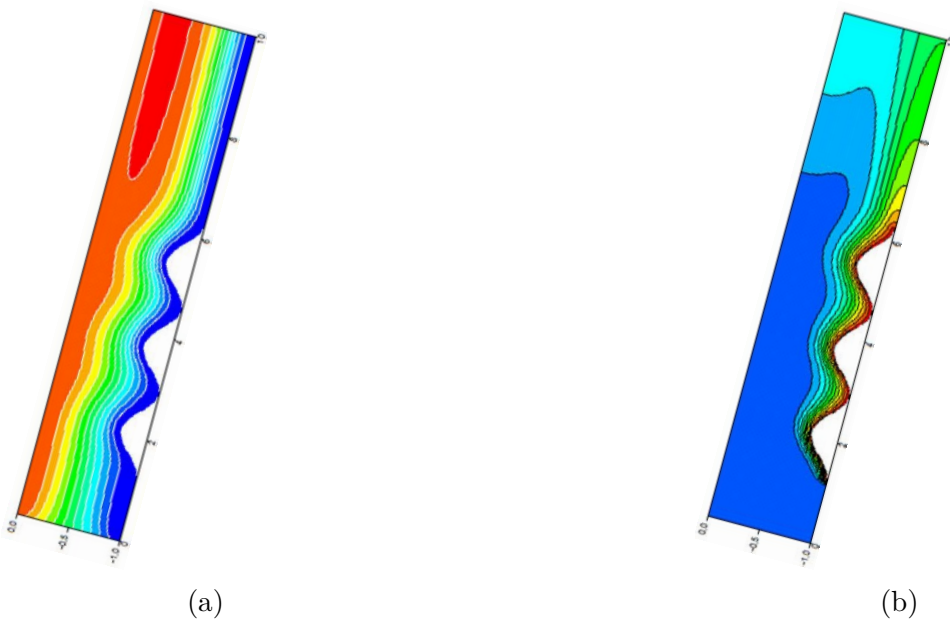


FIGURE 4.61 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Re = 100$, $Ra = 28\,400$, $Ri = 4$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

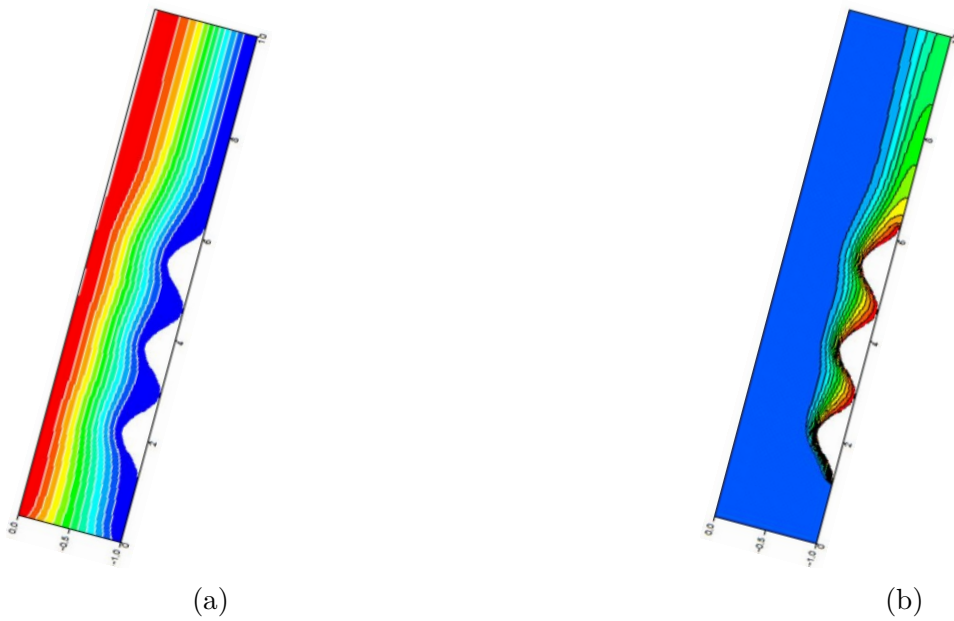


FIGURE 4.62 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Re = 300$, $Ra = 28\,400$, $Ri = 0,44$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

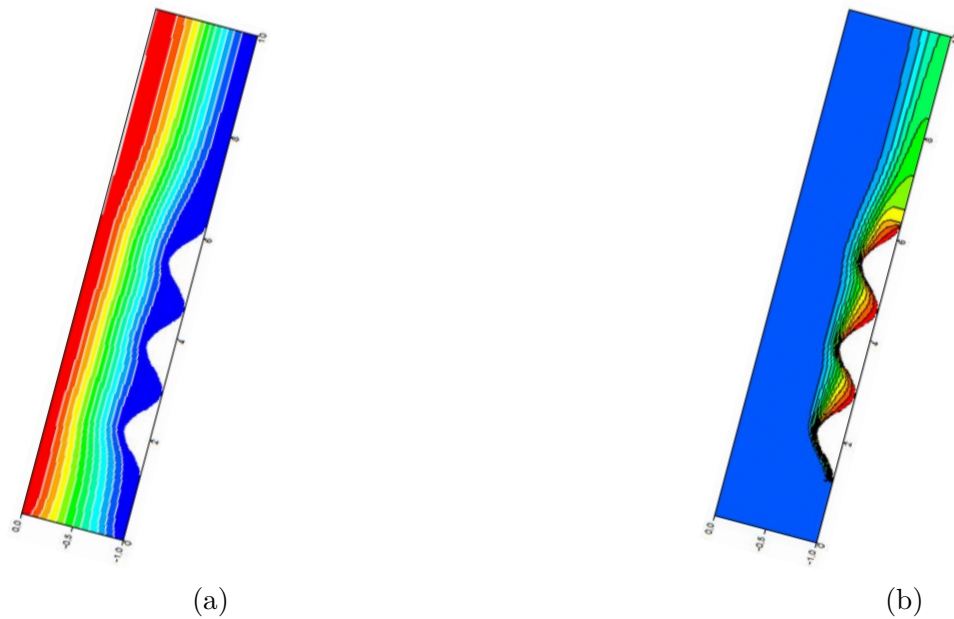


FIGURE 4.63 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Re = 500$, $Ra = 28\,400$, $Ri = 0,16$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

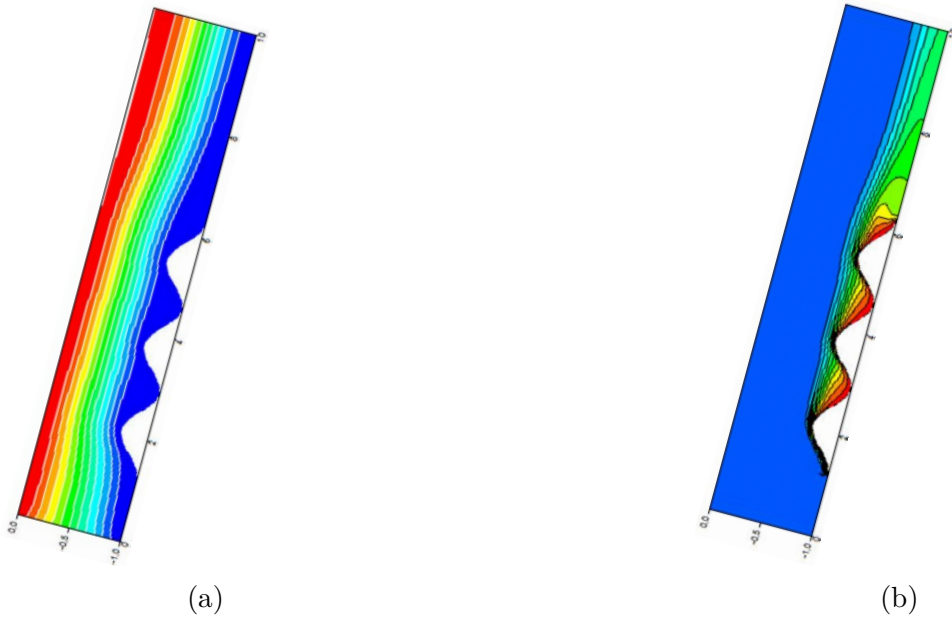


FIGURE 4.64 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Re = 700$, $Ra = 28\,400$, $Ri = 0,08$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

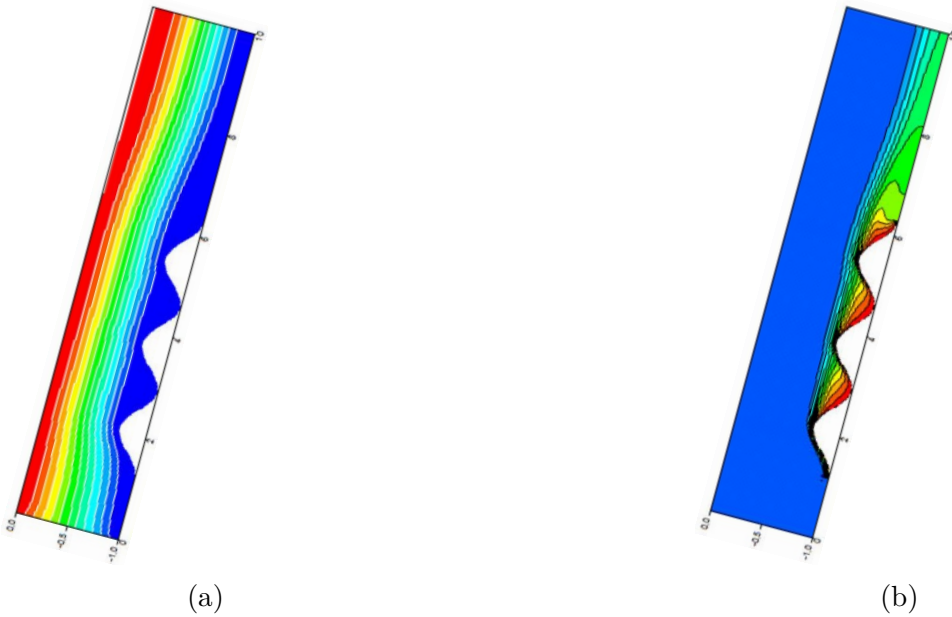


FIGURE 4.65 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Re = 900$, $Ra = 28\,400$, $Ri = 0,04$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

En ce qui concerne les lignes de courant présentées sur les figures 4.61a, 4.62a, 4.63a, 4.64a et 4.65a, on constate que pour une faible valeur du nombre de Reynolds, l'écoulement rencontre une perturbation sous forme d'une zone de recirculation en aval des protubérances près de la sortie du canal (figure 4.61). Lorsqu'on augmente la valeur de Re , on remarque une disparition de la zone de recirculation. On note également que quelle que soit la valeur de Re , les lignes de courant se resserrent au sommet des protubérances à cause de la diminution brusque de la section transversale du canal. La vitesse du fluide augmente dans cette zone (plus la section diminue, plus la vitesse augmente). Les isothermes dans les figures 4.61b, 4.62b, 4.63b, 4.64b et 4.65b montrent qu'elles

se présentent sous forme des panaches thermiques en notant que l' épaisseur de la couche des isothermes diminue avec l'augmentation de Re .

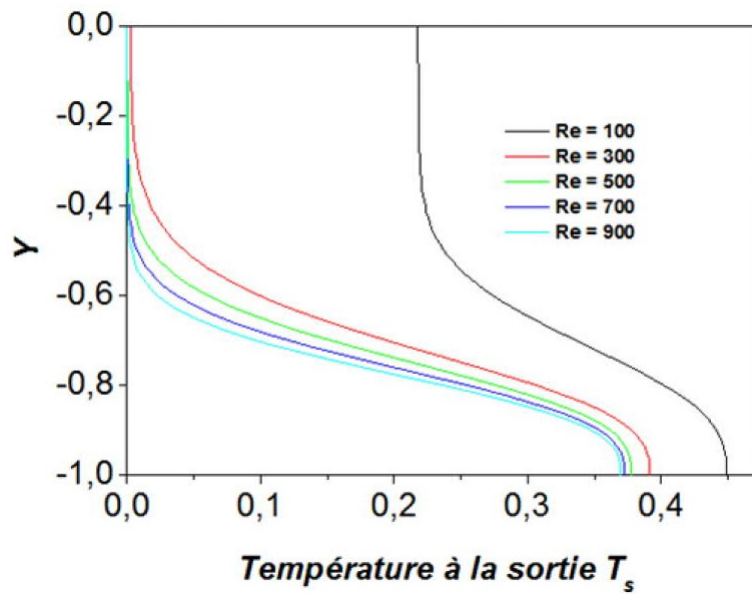


FIGURE 4.66 – Effet de Re sur le profil de température à la sortie du canal pour $Ra = 28\ 400$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

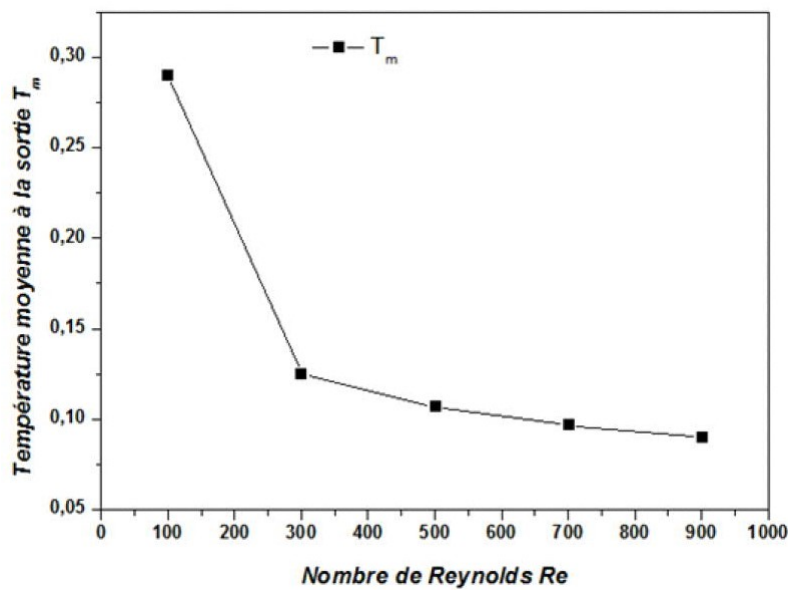


FIGURE 4.67 – Effet de Re sur la température moyenne à la sortie du canal pour $Ra = 28\ 400$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

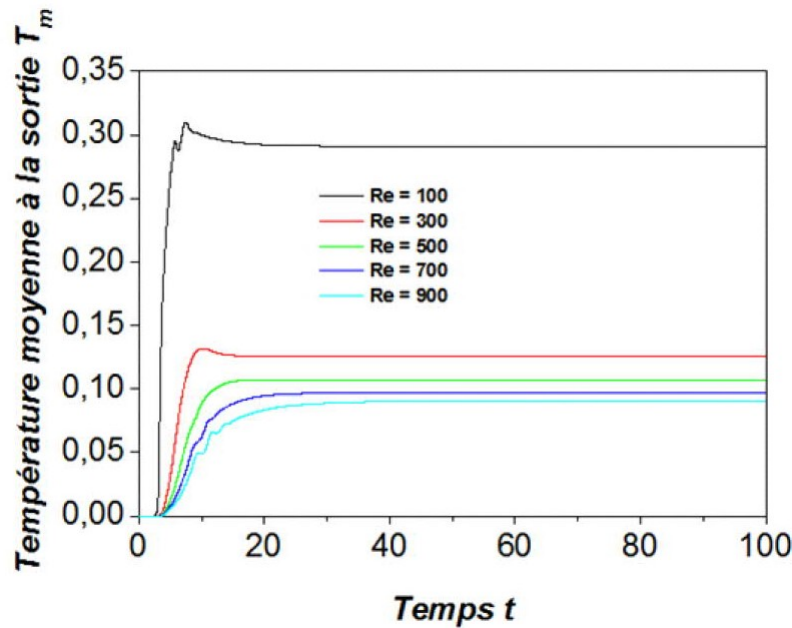


FIGURE 4.68 – Evolution temporelle de la température moyenne à la sortie du canal pour différentes valeurs de Re avec $Ra = 28\,400$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

Pour des faibles valeurs de Re , nous pouvons avoir des températures assez élevées à la sortie du canal, mais ces températures diminuent avec l'augmentation de Re (voir figures 4.66, 4.67 et 4.68). Le nombre de Reynolds Re étant proportionnel à la vitesse d'écoulement, le débit d'air est grand pour Re élevé donc la qualité de l'échange entre le fluide et la paroi chaude diminue, c'est la raison pour laquelle la température du fluide à la sortie est faible. La figure 4.68 représente l'évolution temporelle de la température moyenne du fluide à la sortie du canal pour différentes valeurs de Re . Selon les courbes présentées ci-dessus, nous remarquons qu'entre les temps sans dimension 0 à 4, la température adimensionnelle moyenne du fluide à la sortie du canal est égale à la température adimensionnelle du fluide à l'entrée du canal. A partir du temps adimensionnel $t = 4$, la paroi chaude commence à transférer son énergie au fluide froid circulant dans le canal. Au bout de certains temps, on constate que la température moyenne à la sortie du canal se stabilise, c'est à dire que le régime stable est atteint.

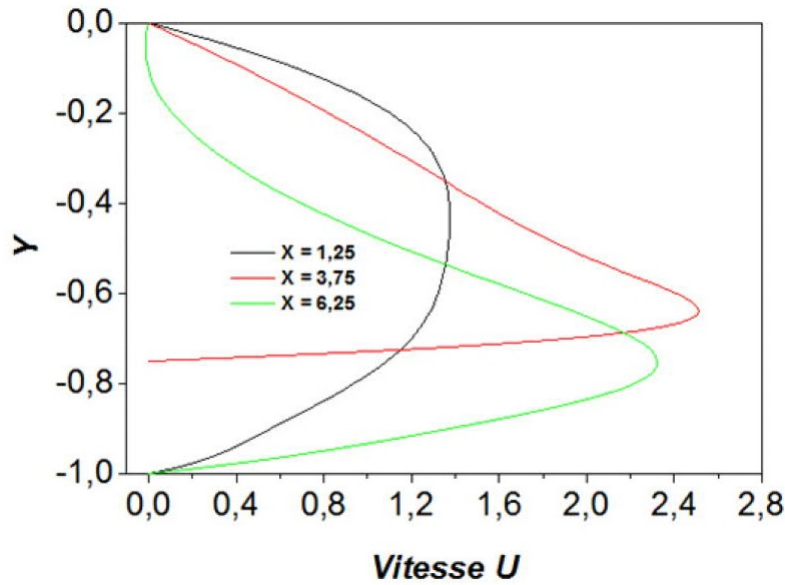


FIGURE 4.69 – Répartition de la vitesse U suivant Y au point $X = 1,25$ (au début des protubérances), $X = 3,75$ (au sommet des protubérances) et $X = 6,25$ (à la fin des protubérances) pour $Re = 100$, $Ra = 28\,400$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

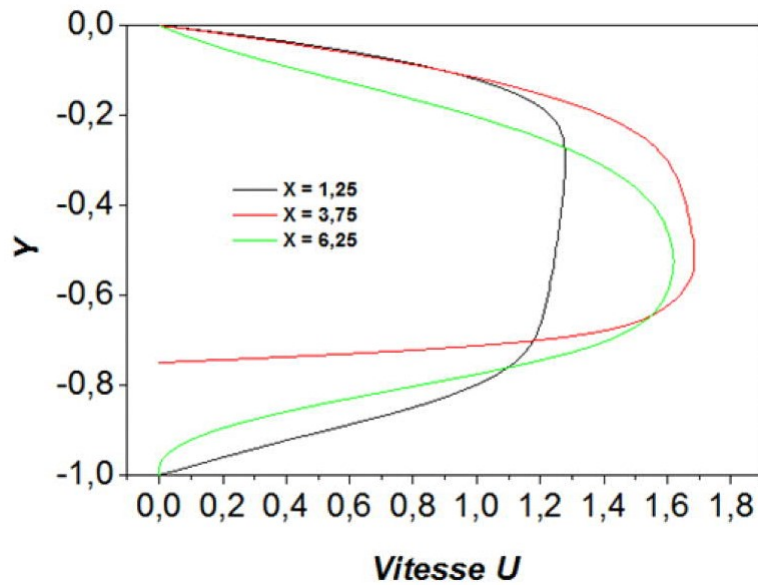


FIGURE 4.70 – Répartition de la vitesse U suivant Y au point $X = 1,25$ (au début des protubérances), $X = 3,75$ (au sommet des protubérances) et $X = 6,25$ (à la fin des protubérances) pour $Re = 300$, $Ra = 28\,400$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

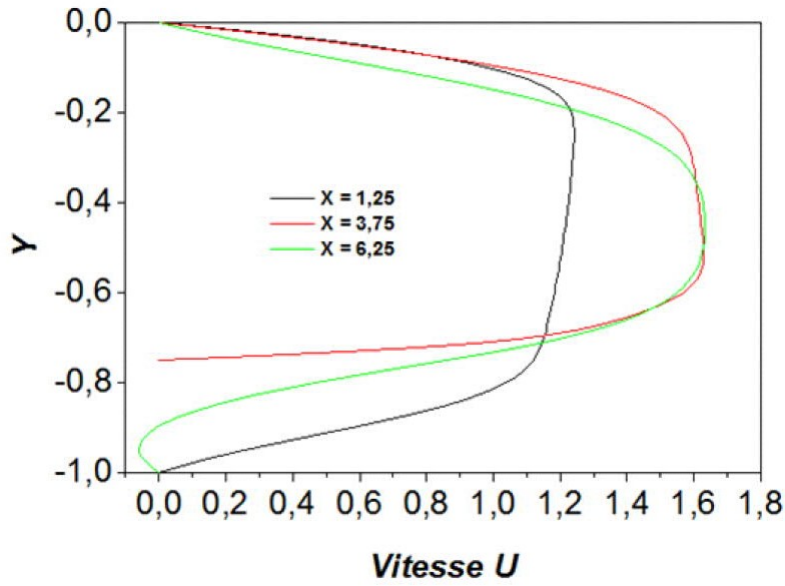


FIGURE 4.71 – Répartition de la vitesse U suivant Y au point $X = 1,25$ (au début des protubérances), $X = 3,75$ (au sommet des protubérances) et $X = 6,25$ (à la fin des protubérances) pour $Re = 500$, $Ra = 28\,400$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

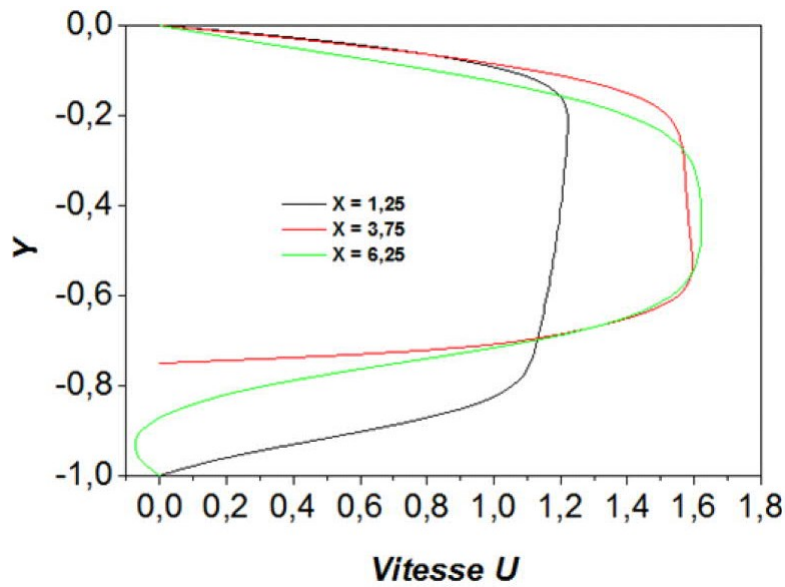


FIGURE 4.72 – Répartition de la vitesse U suivant Y au point $X = 1,25$ (au début des protubérances), $X = 3,75$ (au sommet des protubérances) et $X = 6,25$ (à la fin des protubérances) pour $Re = 700$, $Ra = 28\,400$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

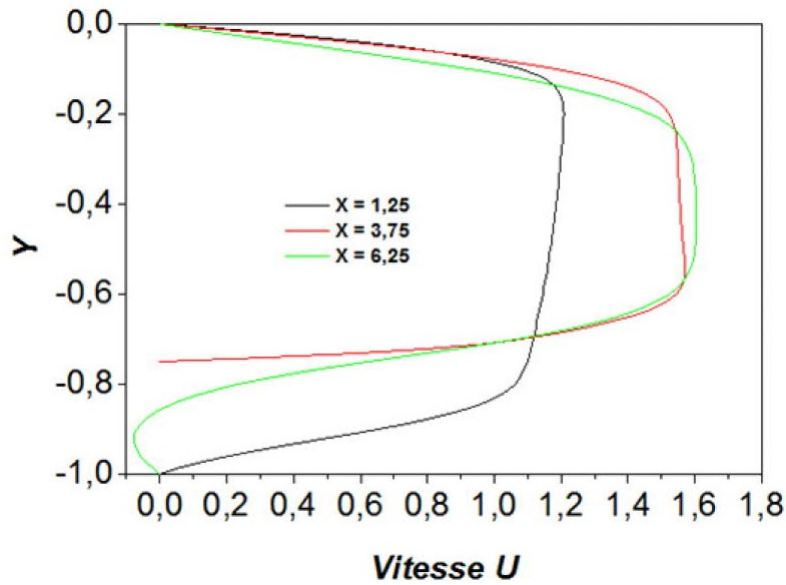


FIGURE 4.73 – Répartition de la vitesse U suivant Y au point $X = 1,25$ (au début des protubérances), $X = 3,75$ (au sommet des protubérances) et $X = 6,25$ (à la fin des protubérances) pour $Re = 900$, $Ra = 28\,400$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

Concernant la répartition de la vitesse du fluide au début, au sommet et à la fin des protubérances sur les figures 4.69, 4.70, 4.71, 4.72 et 4.73, on observe qu'au début des protubérances, pour $Re = 100$, le profil de la vitesse se présente de manière symétrique tandis qu'il change de forme avec l'augmentation de la valeur de Re . Au sommet des protubérances, la vitesse du fluide augmente par rapport à celle au début des protubérances à cause de la diminution brusque de la section transversale du fait que la diminution de la section qui permet d'augmenter la vitesse du fluide. A la fin des protubérances, le pic de la vitesse est moins élevé en comparant avec celui au sommet des protubérances mais par rapport à la vitesse du fluide au début des protubérances, il est grand. En général, on peut dire que la vitesse d'écoulement varie faiblement avec l'augmentation de Re .

4.6.3 Influence du nombre de Rayleigh

Rappelons que le nombre de Rayleigh est caractérisé la différence entre la température de la surface chaude et la température du fluide à l'entrée du canal. Nous prenons cinq valeurs du nombre de Rayleigh telles que : 50 000, 100 000, 300 000, 500 000 et 700 000 avec $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

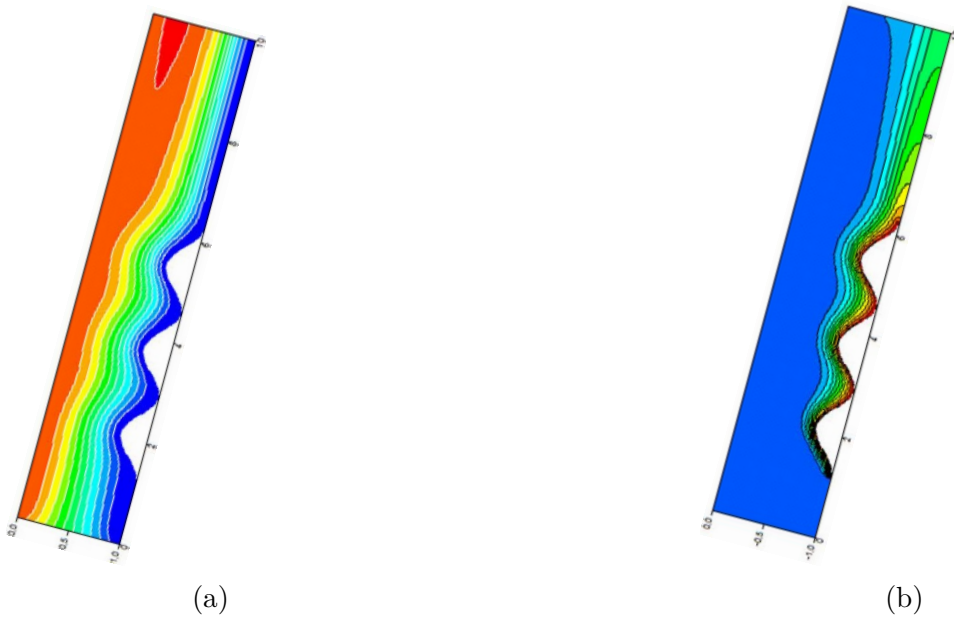


FIGURE 4.74 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Ra = 100\,000$, $Re = 150$, $Ri = 6,259$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

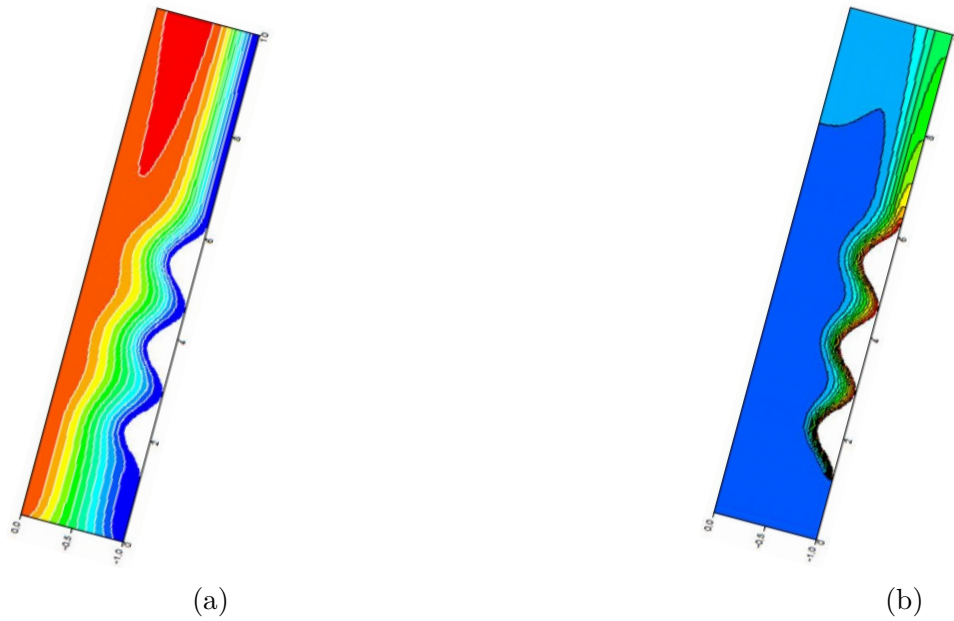


FIGURE 4.75 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Ra = 300\,000$, $Re = 150$, $Ri = 18,77$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

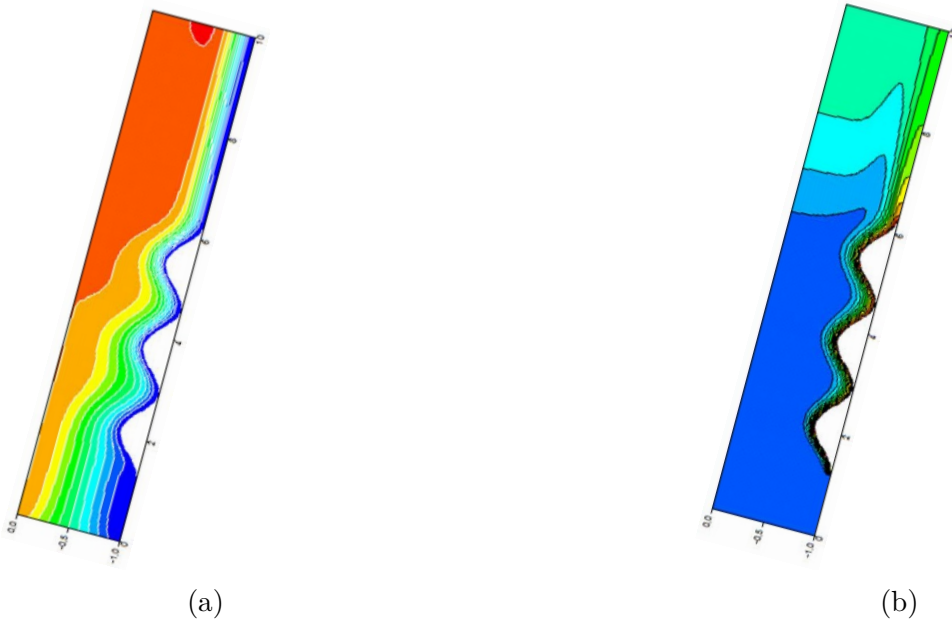


FIGURE 4.76 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $Ra = 500\,000$, $Re = 150$, $Ri = 31,29$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

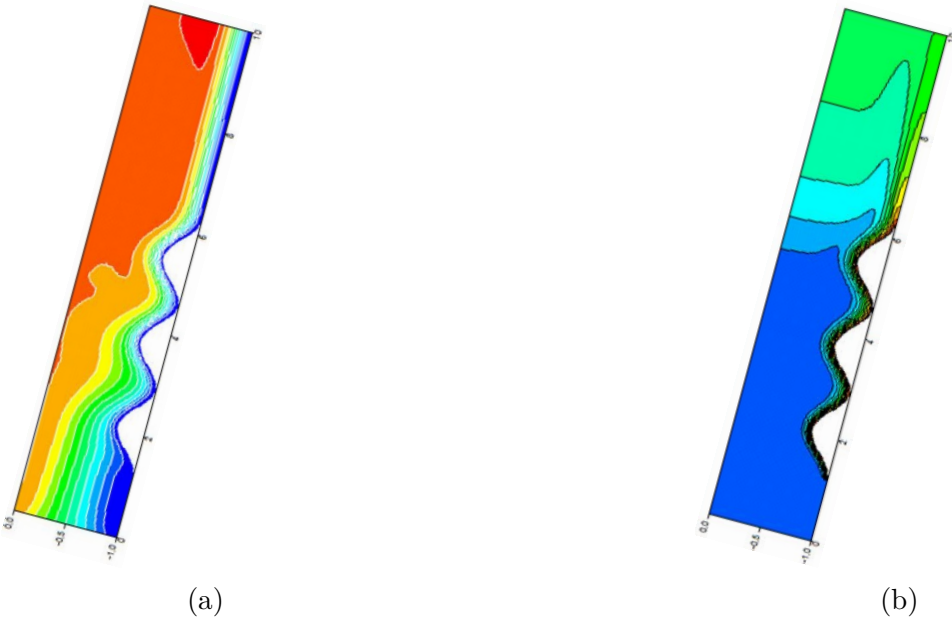


FIGURE 4.77 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) $Ra = 700\,000$, $Re = 150$, $Ri = 43,81$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

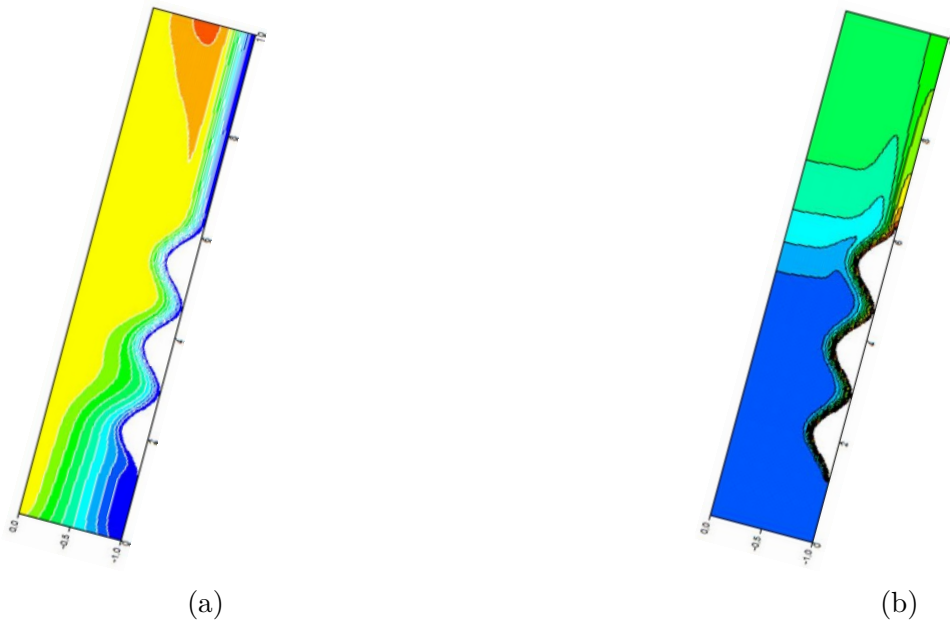


FIGURE 4.78 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) $Ra = 1\,000\,000$, $Re = 150$, $Ri = 62,59$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

L'effet de l'augmentation du nombre de Ra sur la structure de l'écoulement est illustré par les figures 4.74a, 4.75a, 4.76a, 4.77a et 4.78a. Pour tous les cas analysés, on observe une présence d'une zone de recirculation près de la sortie du canal en remarquant que l'écoulement tend à descendre vers la paroi inférieure en aval des protubérances en se précipitant vers la sortie du canal. L'observation des isothermes sur les figures 4.74b, 4.75b, 4.76b, 4.77b et 4.78b, nous permet de constater un mélange intéressant des particules en aval des protubérances pour des valeurs assez élevées du nombre de Rayleigh. Les particules chaudes envahissent la partie derrière les protubérances et atteignent jusqu'à la paroi supérieure du canal.

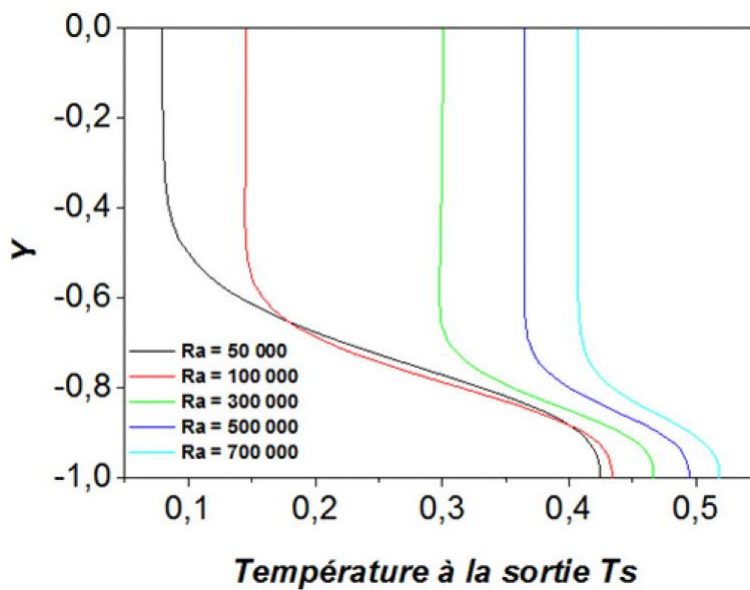


FIGURE 4.79 – Effet de Ra sur le profil de température à la sortie du canal pour $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

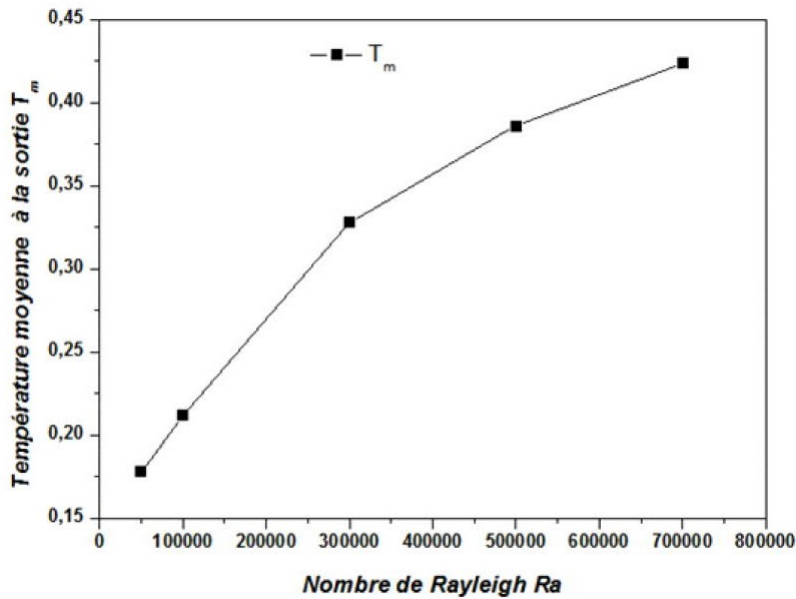


FIGURE 4.80 – Effet de Ra sur la température moyenne à la sortie du canal pour $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

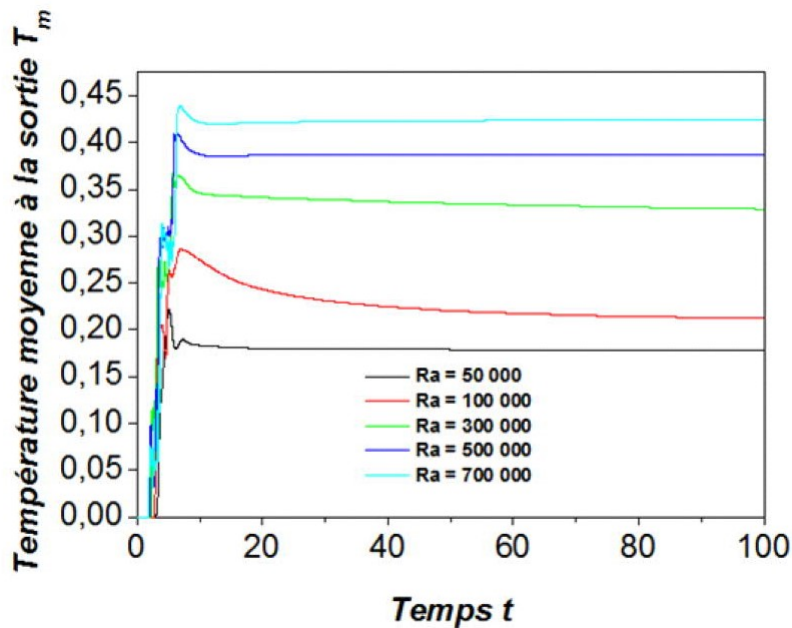


FIGURE 4.81 – Evolution temporelle de la température moyenne à la sortie du canal pour différentes valeurs de Ra avec $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

Les courbes de figure 4.79 montrent que, à la sortie du canal la température est plus élevée près de la paroi inférieure et diminue au fur et à mesure que l'on se déplace vers la paroi supérieure. Lorsque le nombre de Rayleigh augmente, la répartition de la température à la sortie devient plus uniforme. Les fortes variations sont localisées dans une couche limite se trouvant au voisinage de la paroi inférieure. Concernant la température moyenne à la sortie, son augmentation en fonction du nombre de Rayleigh est prévisible car, physiquement, augmenter Ra revient à augmenter la température de la paroi chauffante (voir figure 4.79, 4.80 et 4.81).

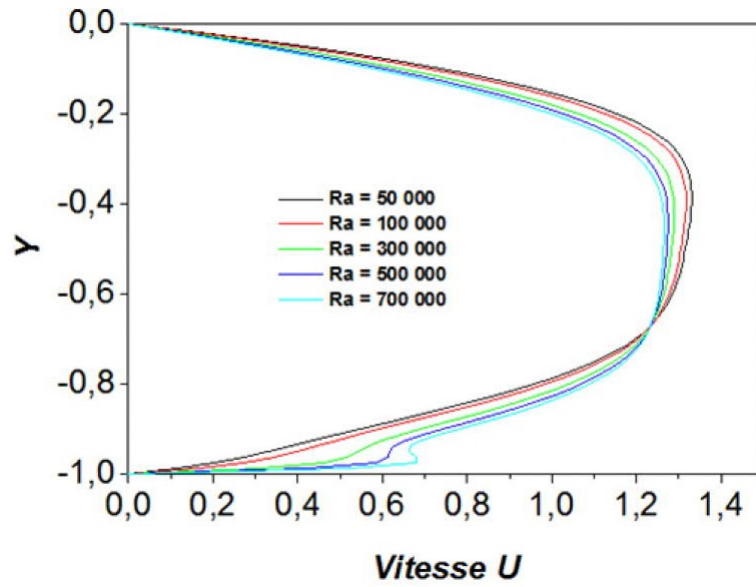


FIGURE 4.82 – Répartition de la vitesse U suivant Y au point $X = 12,5$ (au début des protubérances) pour différentes valeurs de Ra pour $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

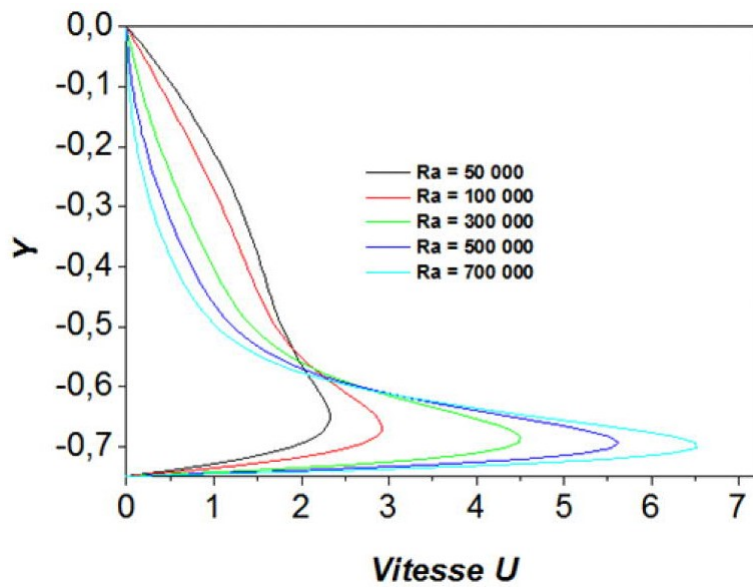


FIGURE 4.83 – Répartition de la vitesse U suivant Y au point $X = 110$ (au sommet des protubérances) pour différentes valeurs de Ra pour $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

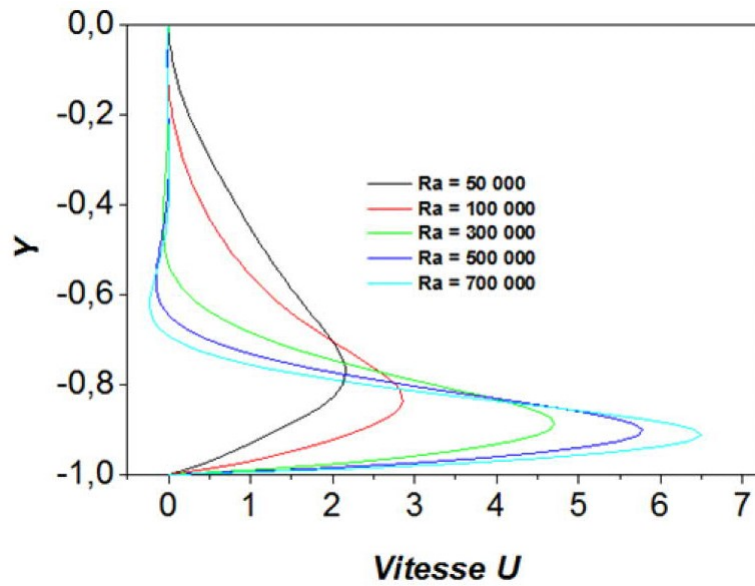


FIGURE 4.84 – Répartition de la vitesse U suivant Y au point $X = 125$ (à la fin des protubérances) pour différentes valeurs de Ra pour $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

Selon les figures 4.82, 4.83 et 4.84, on peut remarquer qu'au début des protubérances la vitesse du fluide diminue avec l'augmentation de Ra tandis qu'elle augmente avec Ra au sommet et en aval des protubérances.

4.6.4 Influence de l'amplitude des protubérances

Cette fois - ci, nous examinons l'influence de l'amplitude des protubérances afin de savoir pour quelle valeur de l'amplitude des protubérances permettant de nous conduire à un bon échange de la chaleur. On prend quelques valeurs de l'amplitude (0 ; 0,05 ; 0,15 ; 0,25 ; 0,35 ; 0,45 et 0,55) avec $Re = 150$, $Ra = 239\,625$, $\theta = 75^\circ$ et $p = 3$.

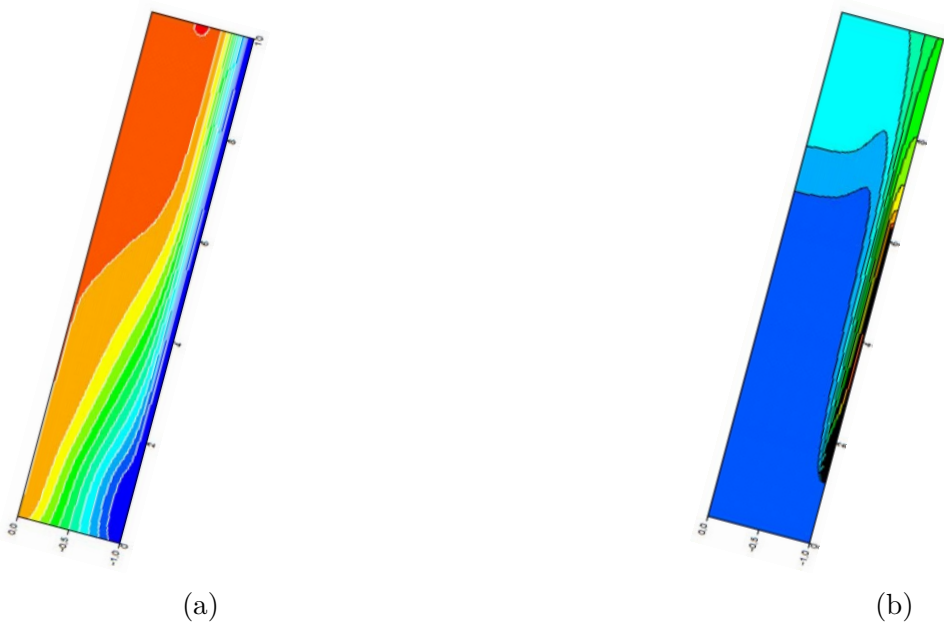


FIGURE 4.85 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $a = 0$, $Re = 150$, $Ra = 239\,625$, $Ri = 15$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

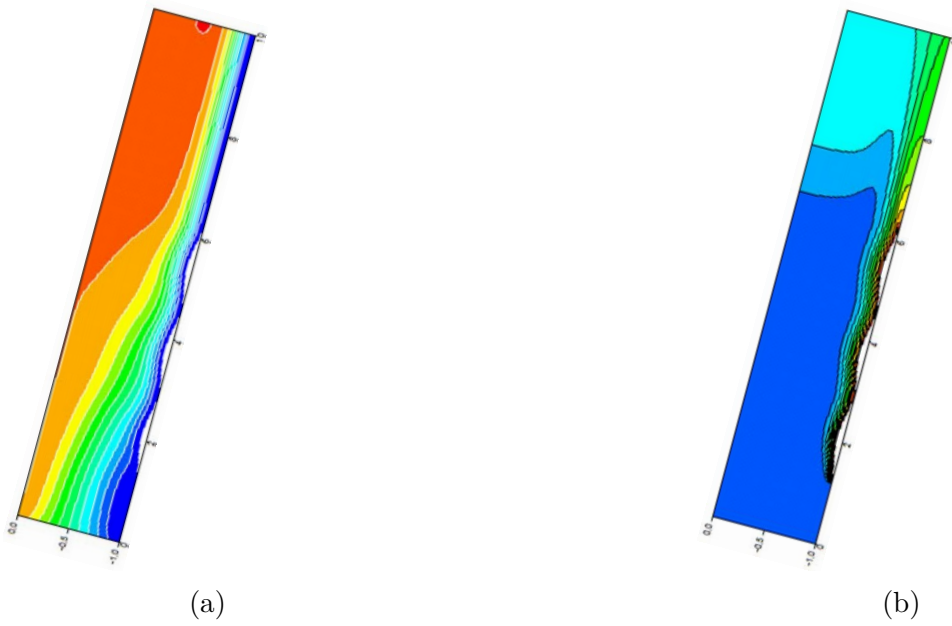


FIGURE 4.86 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $a = 0,05$, $Re = 150$, $Ra = 239\ 625$, $Ri = 15$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

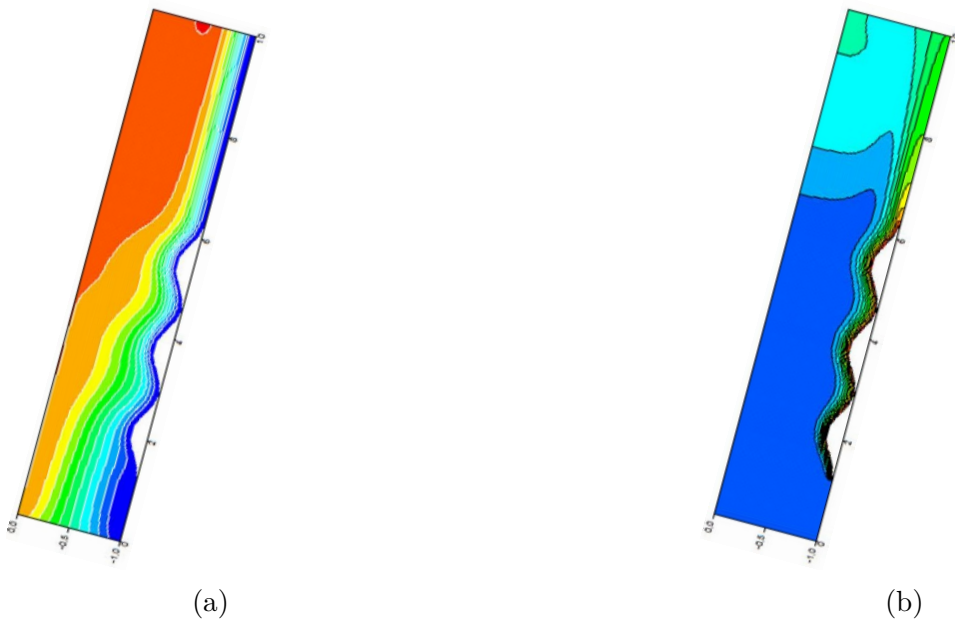


FIGURE 4.87 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $a = 0,15$, $Re = 150$, $Ra = 239\ 625$, $Ri = 15$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

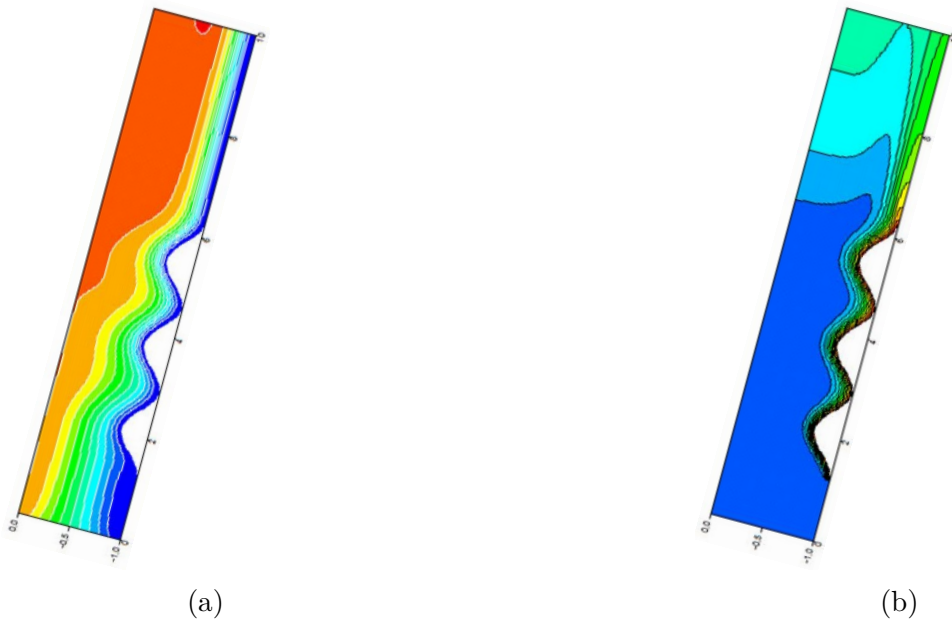


FIGURE 4.88 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $a = 0,25$, $Re = 150$, $Ra = 239\ 625$, $Ri = 15$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

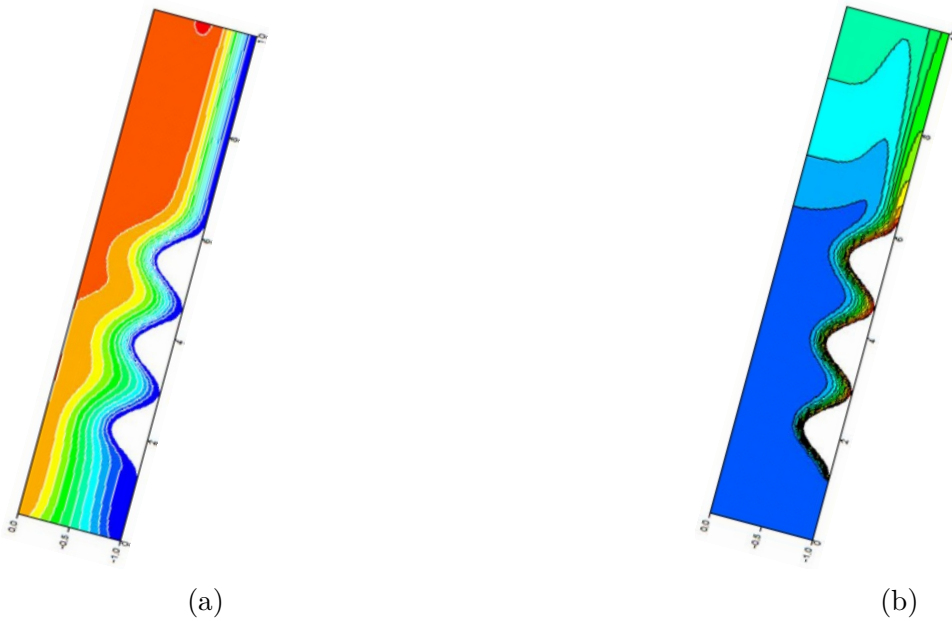


FIGURE 4.89 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $a = 0,35$, $Re = 150$, $Ra = 239\ 625$, $Ri = 15$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

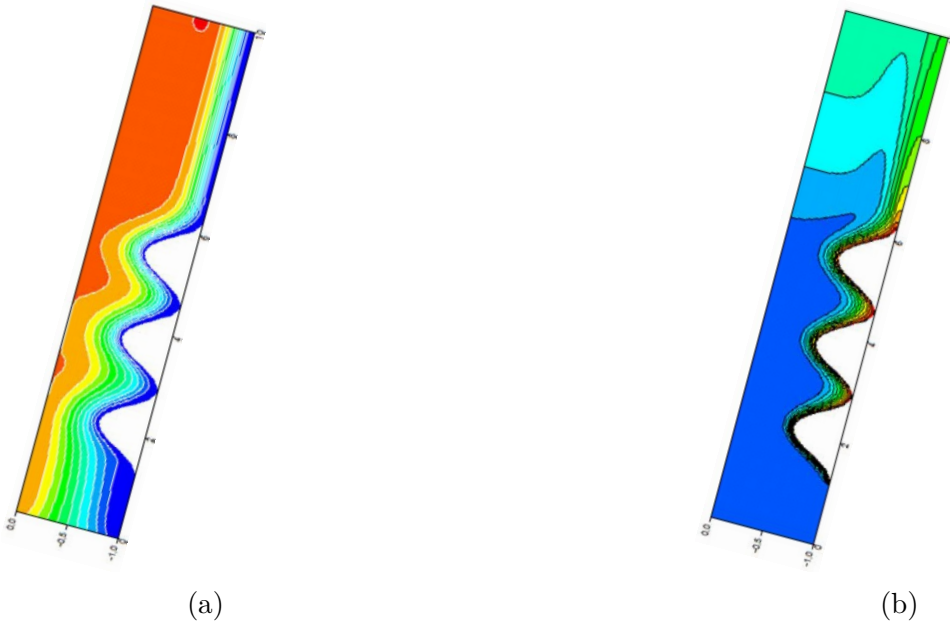


FIGURE 4.90 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $a = 0,45$, $Re = 150$, $Ra = 239\ 625$, $Ri = 15$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

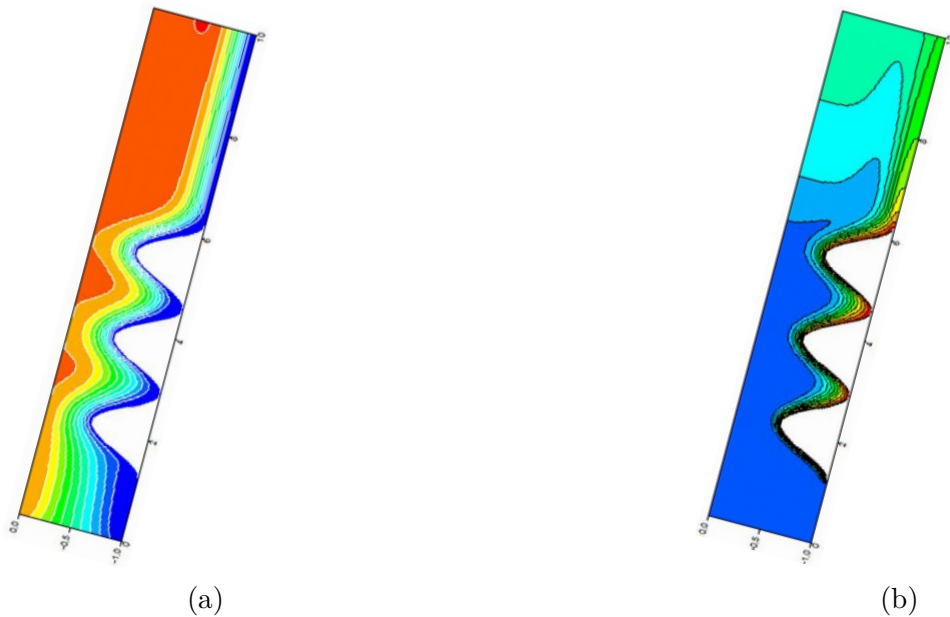


FIGURE 4.91 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $a = 0,55$, $Re = 150$, $Ra = 239\ 625$, $Ri = 15$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

D'après les figures 4.85a, 4.86a, 4.87a, 4.88a, 4.89a, 4.90a et 4.91a, on constate que quelle que soit la valeur de l'amplitude des protubérances, la structure de l'écoulement est presque identique en notant que les particules fluides pénètrent dans les creux vides des protubérances et l'écoulement se resserre en aval. Concernant les isothermes des figures 4.85b, 4.86b, 4.87b, 4.88b, 4.89b, 4.90b et 4.91b, on observe que pour toute valeur de l'amplitude des protubérances, les isothermes se présentent sous forme de panaches thermiques. La chaleur se disperse en aval des protubérances et atteint la paroi supérieure, c'est le signe au développement de la convection naturelle.

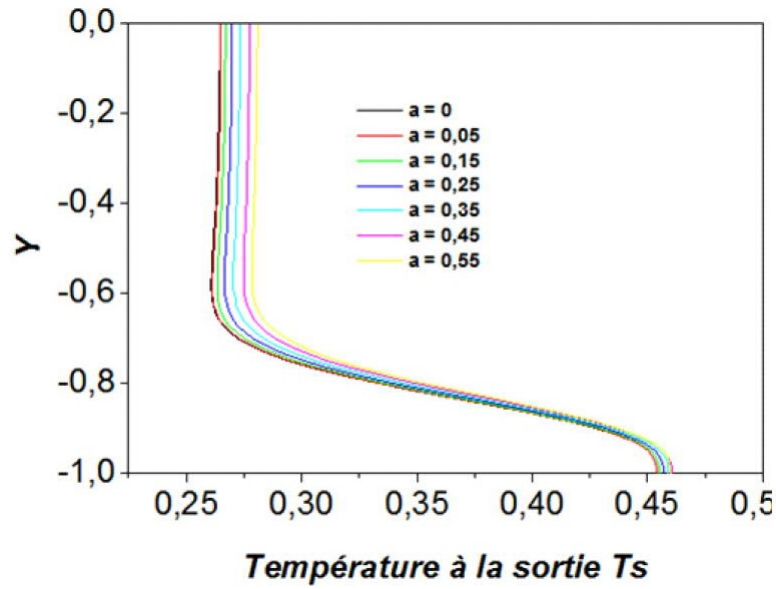


FIGURE 4.92 – Effet de l' amplitude des protubérances a sur le profil de température à la sortie du canal pour $Re = 150$, $Ri = 15$, $p = 3$, et $\theta = 75^\circ$.

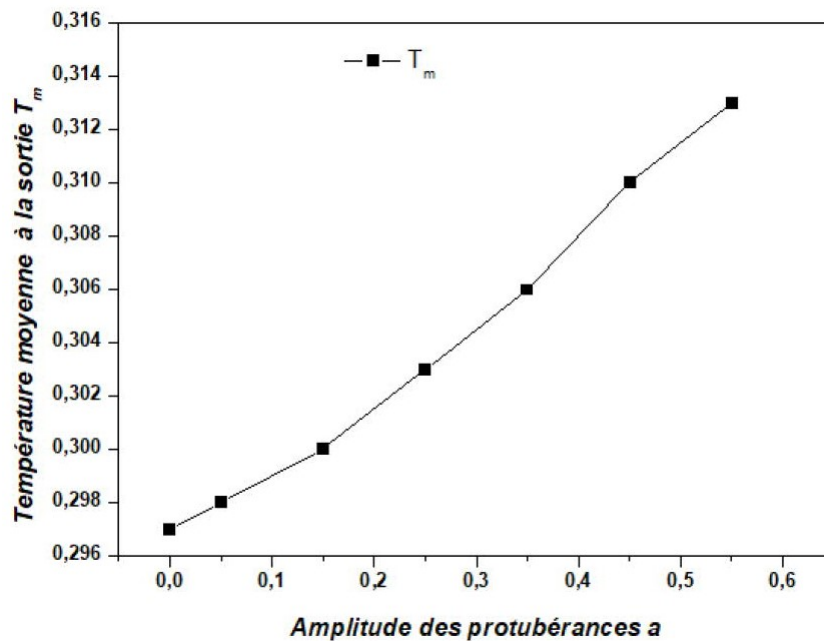


FIGURE 4.93 – Effet de l' amplitude des protubérances a sur la température moyenne à la sortie du canal pour $Re = 150$, $Ri = 15$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

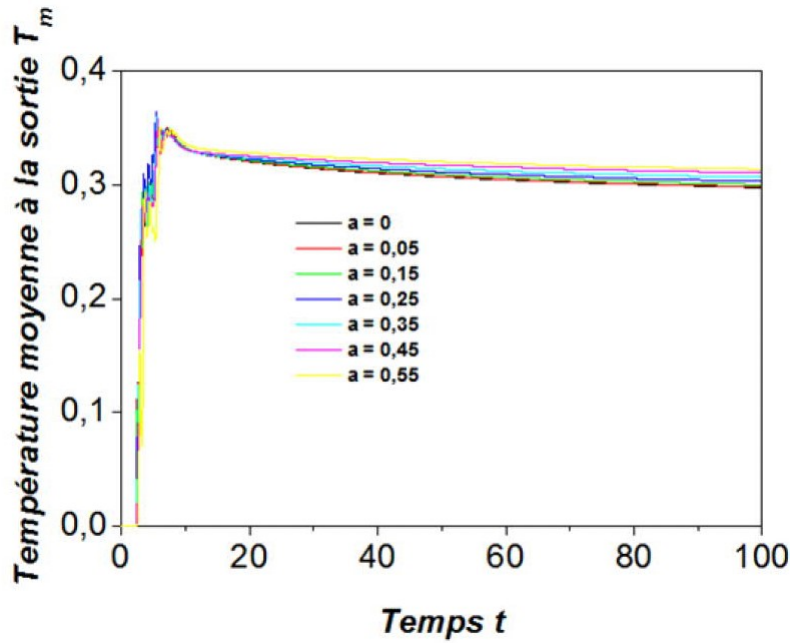


FIGURE 4.94 – Evolution temporelle de la température moyenne à la sortie du canal pour différentes valeurs de l' amplitude des protubérances a avec $Ra = 239\,625$, $Re = 150$, $Ri = 15$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

La hausse de la température du fluide à la sortie du canal avec l'augmentation de l'amplitude des protubérances est évidente car l'augmentation de cette dernière permet d'élargir la surface d'échange qui conduit à une amélioration de transfert thermique au sein du canal.

4.6.5 Analyse du nombre de Nusselt

4.6.5.1 Nombre de Nusselt local

Dans cette partie, les variations du taux de transfert tout au long de la paroi chaude (protubérances) définie par le nombre de Nusselt local pour différentes valeurs de Re et Ra sont analysées sur les figures ci- après. Le nombre de Nusselt local est calculé par cette relation :

$$Nu_l = -\eta_y \frac{\partial T}{\partial \eta} \quad (4.1)$$

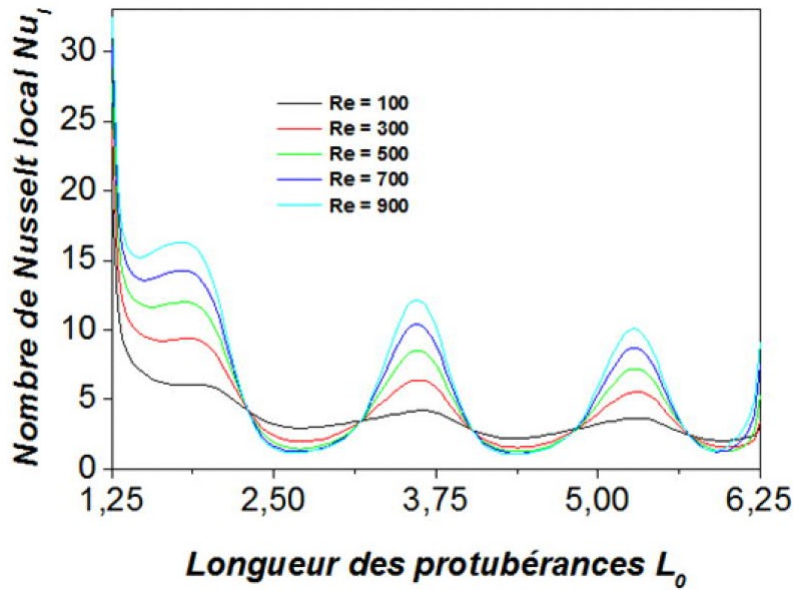


FIGURE 4.95 – Variation du nombre de Nusselt local pour différentes valeurs de Re avec $Ra = 28\,400$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

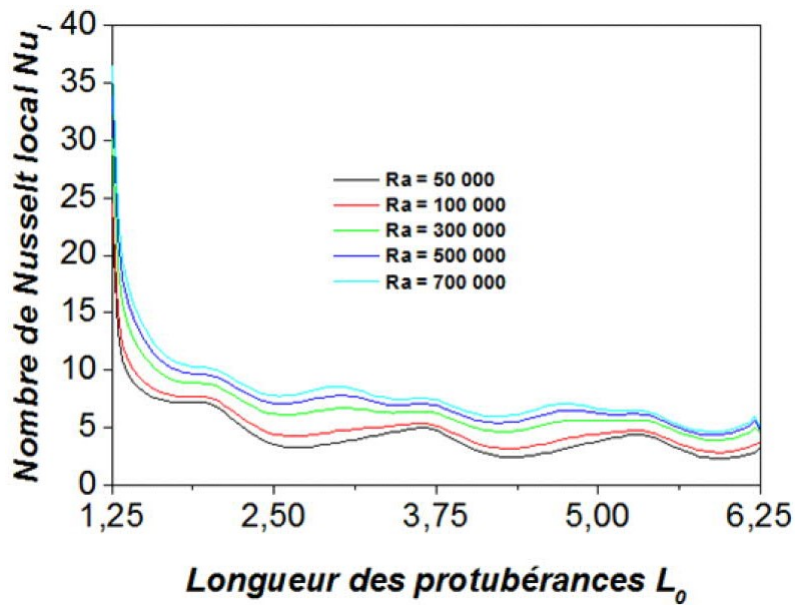


FIGURE 4.96 – Variation du nombre de Nusselt local pour différentes valeurs de Ra avec $Re = 150$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

Pour tous les cas analysés, on peut remarquer qu'au début des protubérances, le nombre de Nusselt local est assez élevé parce que dans cette zone la différence entre la température de la paroi chaude et celle froide est grande. Dans les figures 4.95 et 4.96, on constate que Nu_l est proportionnel avec Re et Ra . Avec une faible valeur de Re , le fluide s'écoule lentement au sein du canal et l'échange entre l'air et les protubérances devient assez intense dans ce cas. Cela engendre une diminution de la variation de la température des protubérances suivant y . Au fur et à mesure que l'on augmente Re , la variation de la température de la paroi chaude suivant y augmente. Plus la vitesse du fluide augmente, plus les particules chaudes restent stagnées ou bien concentrées sur les protubérances. L'augmentation du

nombre de Rayleigh permet d'augmenter la différence entre la température d'entrée du fluide et la température des protubérances et conduit à une augmentation de la variation de la température des protubérances suivant la direction y (figure 4.96).

4.6.5.2 Nombre de Nusselt moyen

Les variations du nombre de Nusselt moyen pour différentes valeurs de Re et Ra sont donnée sur les figures ci-après. Le nombre de Nusselt moyen est défini par :

$$Nu_m = \frac{1}{H} \int_0^H Nu_l d\xi \quad (4.2)$$

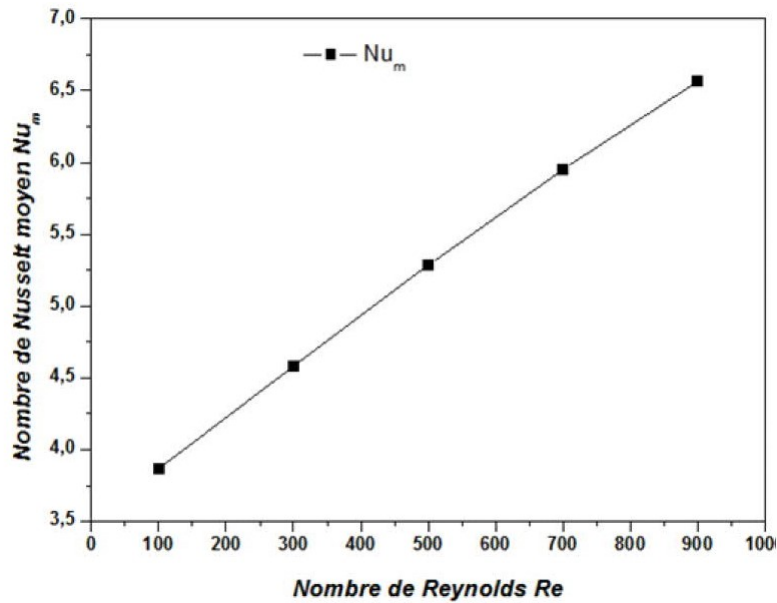


FIGURE 4.97 – Variation du nombre de Nusselt moyen pour différentes valeurs de Re avec $Ra = 239\,625$, $Ri = 15$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

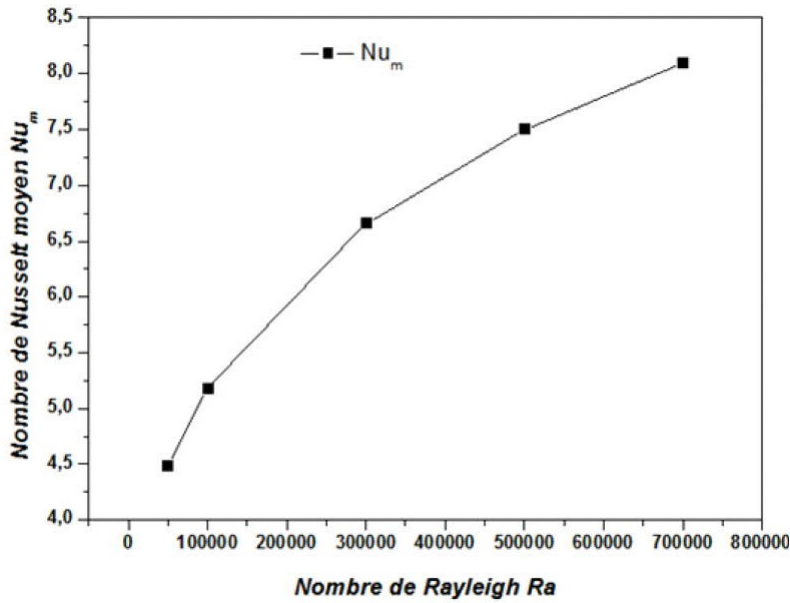


FIGURE 4.98 – Variation du nombre de Nusselt moyen pour différentes valeurs de Ra avec $Re = 150$, $Ri = 15$, $a = 0,25$, $p = 3$ et $\theta = 75^\circ$.

D'après les figures 4.97 et 4.98, nous remarquons que le nombre de Nusselt moyen Nu_m augmente avec Re et Ra . Cette augmentation est prévisible, plus le taux de transfert local augmente, plus le taux de transfert moyen augmente.

4.6.6 Récapitulation

En résumé, nous avons donné ci - dessus les résultats obtenus pour le cas du canal incliné à 75° , nous remarquons que la structure de l'écoulement et le transfert thermique dans canal dépend fortement du choix de la valeur des paramètres de contrôle qui sont le nombre de Reynolds et le nombre de Rayleigh et des paramètres géométriques comme l'amplitude des protubérances dans cette étude.

4.7 Conclusion

Ce chapitre consiste à la présentation des résultats de la simulation numérique . La transition vers le chaos d'un écoulement laminaire en convection mixte dans un canal rectangulaire horizontal muni des protubérances sinusoidales a été étudiée dans la première partie. Les résultats montrent que le passage du régime stable au régime chaotique dépend de la valeur de nombre de Richardson en suivant les étapes suivantes : le point limite, le cycle limite, la cascade sous harmonique avec dédoublement de période puis le chaos. L'influence de l'angle d'inclinaison pour un régime stable, oscillatoire et chaotique sont analysées successivement en notant qu'avec un angle d'inclinaison 75° et 90° pour le régime stable, on peut avoir une température moyenne assez élevée à la sortie du canal. La forme des instabilités du systèmes dépend de la valeur de l'angle d'inclinaison pour le régime oscillatoire et chaotique. Concernant l'influence du nombre de Richardson sur la transition vers le

chaos, nous pouvons remarquer que l'augmentation de la valeur de Ri renforce les instabilités du système menant à un comportement chaotique. Nous avons constaté également un phénomène de cascade inverse avant l'installation définitive du régime chaotique. Dans la dernière partie, l'influence des différents paramètres de contrôle et géométrique : le nombre de Reynolds, le nombre de Rayleigh et l'amplitude des protubérances qui peut influencer la structure de l'écoulement et le transfert thermique au sein du canal incliné à 75° est examinée. D'après les résultats présentés ci - dessus, nous pouvons dire que la température du fluide à la sortie du canal diminue avec l'augmentation du nombre de Reynolds tandis qu'elle augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh et l'amplitude des protubérances. Le nombre de Nusselt local et moyen tout au long de la paroi chaude s'améliore avec l'augmentation de Re et Ra . Concernant la répartition de la vitesse du fluide pour différentes valeurs de Re et Ra , on remarque qu'au début des protubérances, le pic de la vitesse est moins élevé tandis qu'il augmente au sommet des protubérances à cause de la diminution brusque de la paroi transversale. A la fin des protubérances, le pic de la vitesse est moins élevé en comparant avec celui au sommet des protubérances mais par rapport à la vitesse du fluide au début des protubérances, il est grand. L'influence du nombre de Rayleigh sur la répartition de la vitesse montre qu'au début des protubérances, la vitesse du fluide diminue avec l'augmentation de Ra tandis qu'elle augmente avec Ra au sommet et en aval des protubérances.

APPLICATION

5.1 Introduction

Cette partie a pour objet de présenter les résultats des applications pratiques du système étudié dans ce travail. Nous utilisons le canal étudié précédemment pour produire de l'air chaud et nous l'accouplons avec une enceinte semi - ouverte. Nous choisissons le logiciel Ansys FLUENT 2022 R1 pour la simulation numérique. L'influence de la densité de flux chaleur imposée sur la paroi chauffante et celle de la vitesse d'entrée du fluide sur la structure d'écoulement et sur le transfert thermique sont analysées successivement. Ces analyses sont faites pour différentes positions de l'ouverture de sortie du fluide et pour deux dispositions différentes du canal . Les résultats sont présentés sous forme de lignes de courant, d' isothermes et de température moyenne de fluide à l'intérieur de l'enceinte.

5.2 Modèle physique

Nous considérons deux dispositions différentes pour cette association du canal avec l'enceinte. Dans le premier modèle, le canal est placé horizontalement au - dessus de l'enceinte, il est incliné et placé à côté gauche dans le deuxième. Les figures 5.1, 5.2 et 5.3 représentent schématiquement les systèmes considérés dans cette étude. L'air est injecté dans le canal à travers l'entrée ab . Le transfert entre la paroi chaude du canal et le fluide s'effectue par convection mixte. L'air chaud ainsi produit pénètre dans l'enceinte à travers l'ouverture de communication cd et s'échappe vers l'extérieur à la sortie ef .

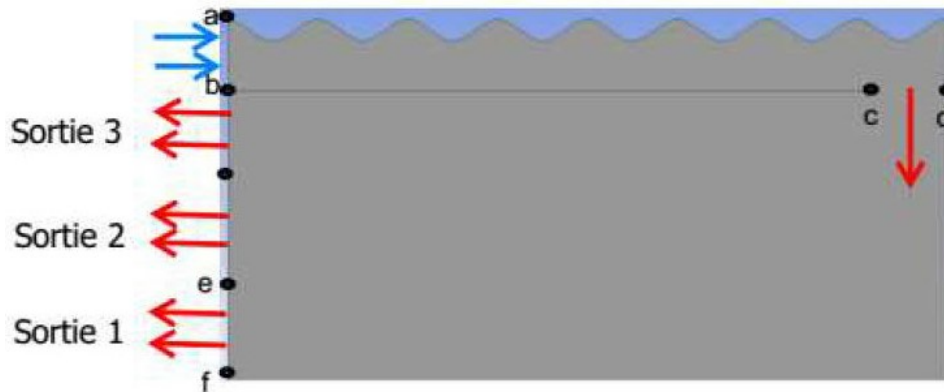


FIGURE 5.1 – Représentation schématique du système 1.

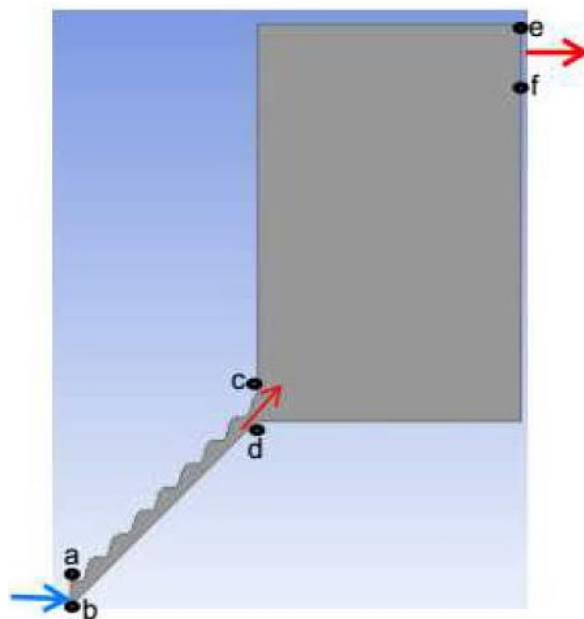


FIGURE 5.2 – Représentation schématique du système 2.

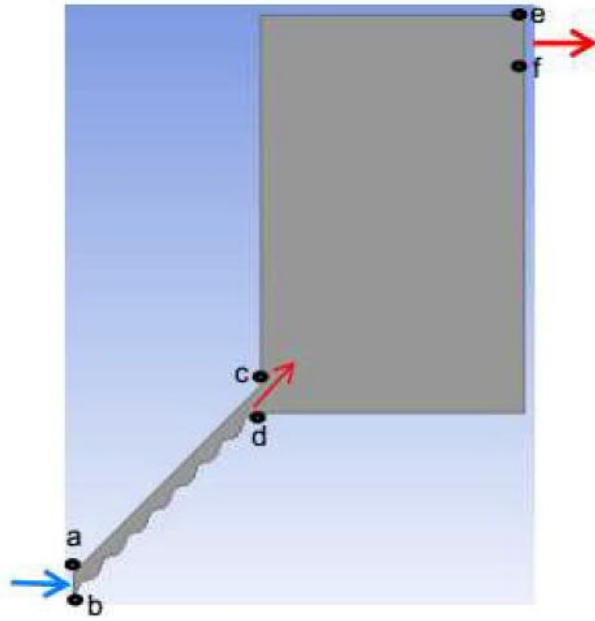


FIGURE 5.3 – Représentation schématique du système 3.

5.3 Modèle 1

Dans cette analyse, nous allons voir l'influence de la densité de chaleur et de la vitesse sur les trois différentes positions de l'ouverture de sortie du fluide.

5.3.1 Ouverture de sortie en position basse

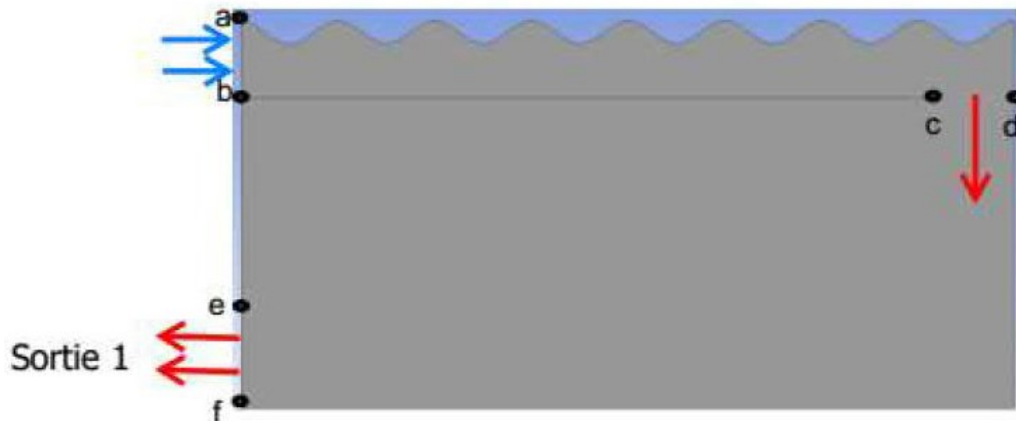
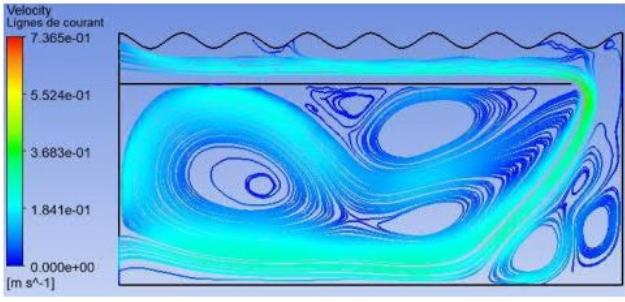


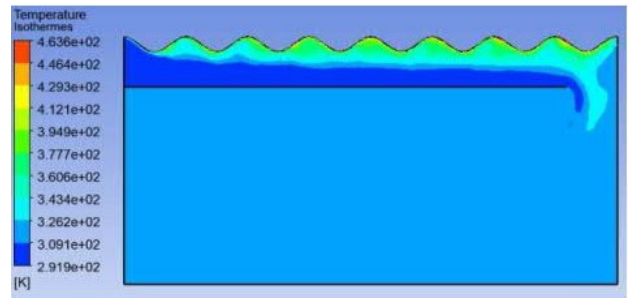
FIGURE 5.4 – Représentation schématique du boîtier de séchage avec une ouverture de sortie en position basse.

5.3.1.1 Influence de la densité de flux de chaleur

Nous allons analyser l'influence de la densité de flux de chaleur q sur la structure d'écoulement et sur le transfert thermique en faisant varier par $300W/m^2$, $350W/m^2$, $400W/m^2$ et $450W/m^2$ en fixant la valeur de la vitesse d'entrée de fluide à $0,1m/s$.

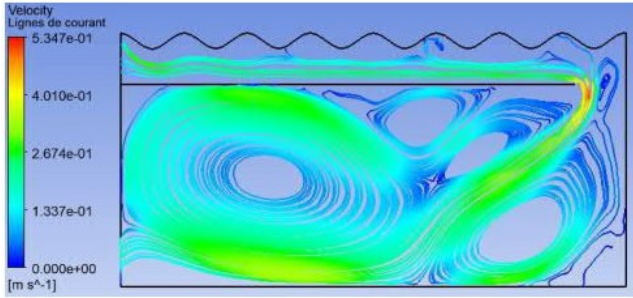


(a)

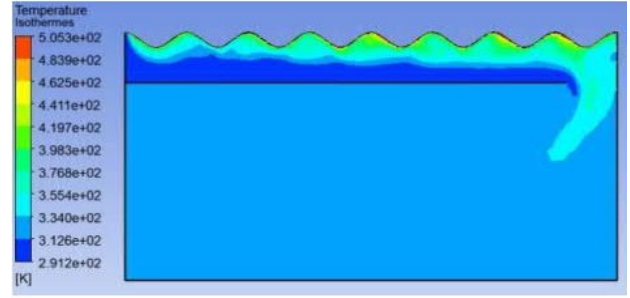


(b)

FIGURE 5.5 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$.

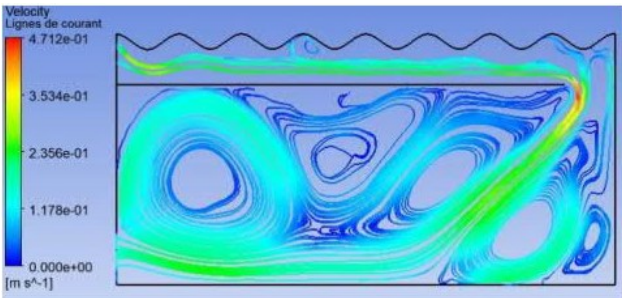


(a)

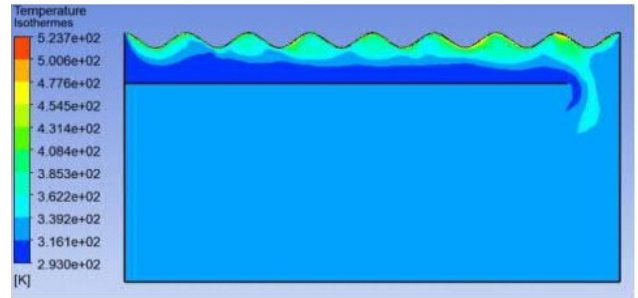


(b)

FIGURE 5.6 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $q = 350 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$.

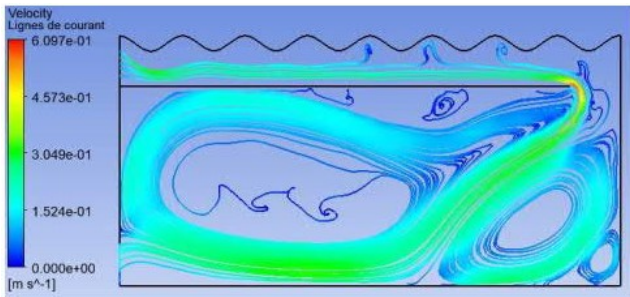


(a)

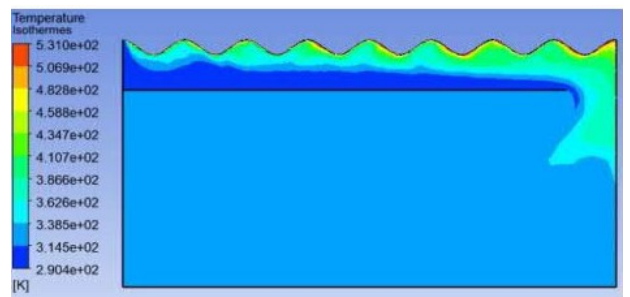


(b)

FIGURE 5.7 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $q = 400 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$.



(a)



(b)

FIGURE 5.8 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $q = 450 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$.

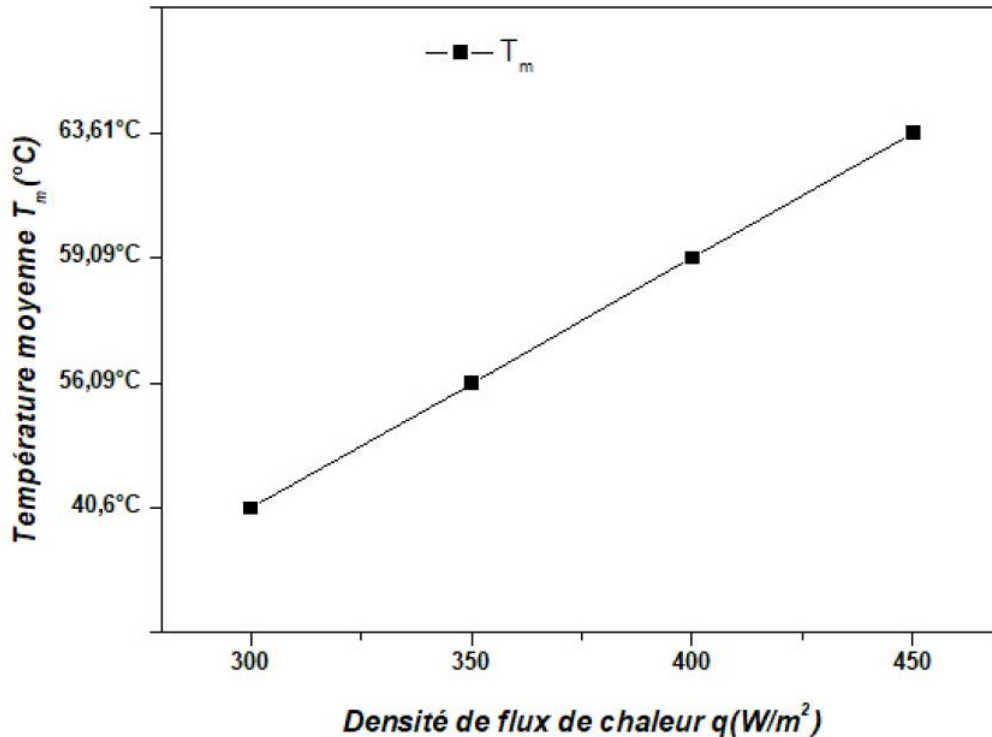
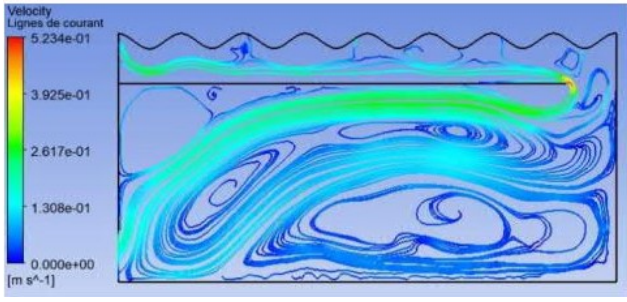


FIGURE 5.9 – Effet de la densité de flux de chaleur sur la température moyenne à l'intérieur de l'enceinte pour $U = 0,1$ m/s.

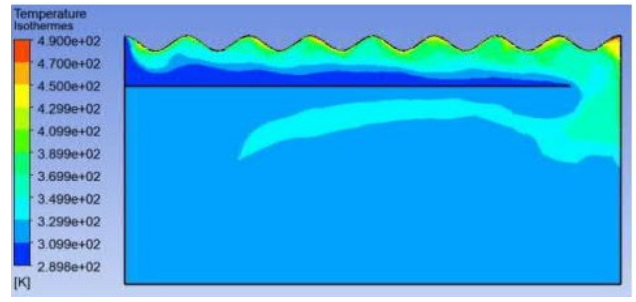
Les figures 5.5a à 5.8a représentent les lignes de courant pour différentes valeurs de la densité de flux de chaleur q pour l'ouverture de sortie qui est placée en bas à l'extrémité gauche de l'enceinte. Pour toutes valeurs de q , on peut noter que l'écoulement est caractérisé par des cellules convectives de grande taille à l'intérieur de l'enceinte en remarquant la présence d'une cellule principale qui tourne dans le sens de l'aiguille d'une montre à l'extrémité gauche de l'enceinte et des cellules secondaires anti - horaire qui se situe près du coin droit de la paroi inférieure de l'enceinte. Au fur et à mesure que l'on augmente la valeur de la densité de flux de chaleur à travers les protubérances, on remarque que ces cellules changent de forme et de taille. Concernant la répartition des isothermes dans les figures 5.5b à 5.8b, on peut observer que pour des valeurs assez élevée de la densité de flux de chaleur, le transfert thermique est dominé par la convection forcée, c'est-à-dire que les particules très chaudes sont concentrées près des protubérances et l'échange entre les protubérances et l'air en mouvement est moins dense. Lorsqu'on augmente la valeur de q , le transfert thermique devient mixte en notant que la chaleur se disperse petit à petit à l'intérieur de l'enceinte. On note également que la température moyenne du fluide dans l'enceinte augmente avec l'augmentation de la densité de flux de chaleur (voir figure 5.9).

5.3.1.2 Influence de la vitesse

L'effet de l'augmentation de la vitesse d'entrée de fluide est examiné dans cette partie. Nous faisons varier la valeur de la vitesse U par 0,07m/s ; 0,08m/s ; 0,09m/s et 0,1m/s avec une valeur fixe de q égale à $300W/m^2$.

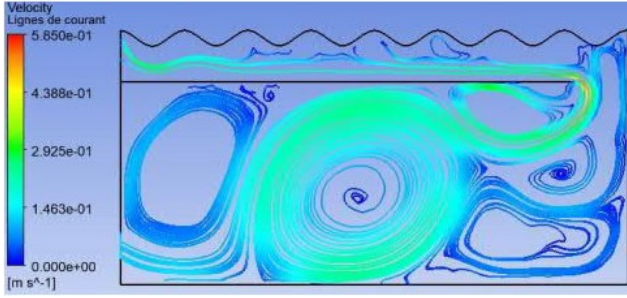


(a)

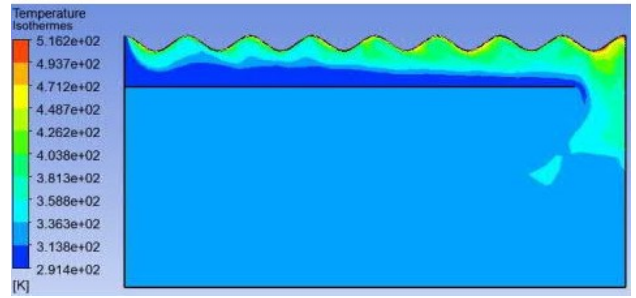


(b)

FIGURE 5.10 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $U = 0,07$ m/s et $q = 300W/m^2$.

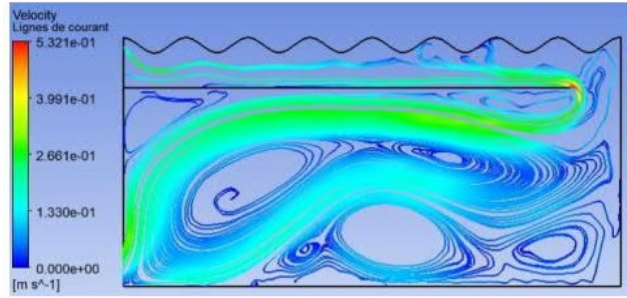


(a)

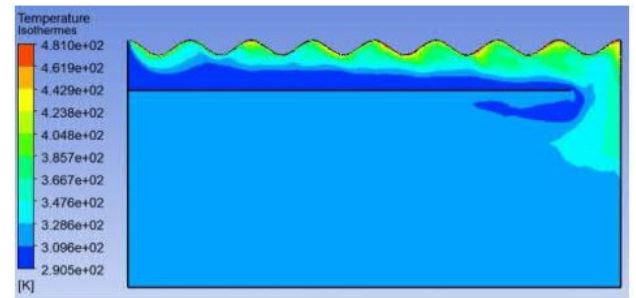


(b)

FIGURE 5.11 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $U = 0,08$ m/s et $q = 300W/m^2$.

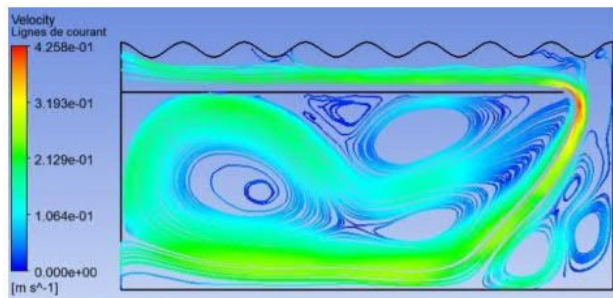


(a)

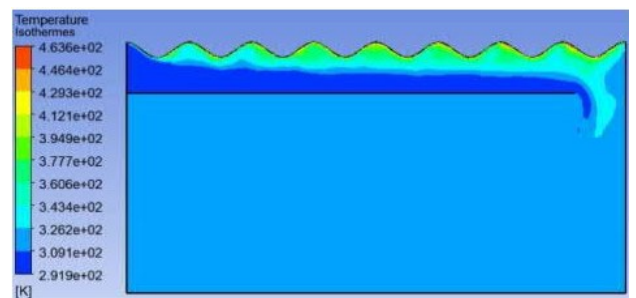


(b)

FIGURE 5.12 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $U = 0,09$ m/s et $q = 300W/m^2$.



(a)



(b)

FIGURE 5.13 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $U = 0,1$ m/s et $q = 300W/m^2$.

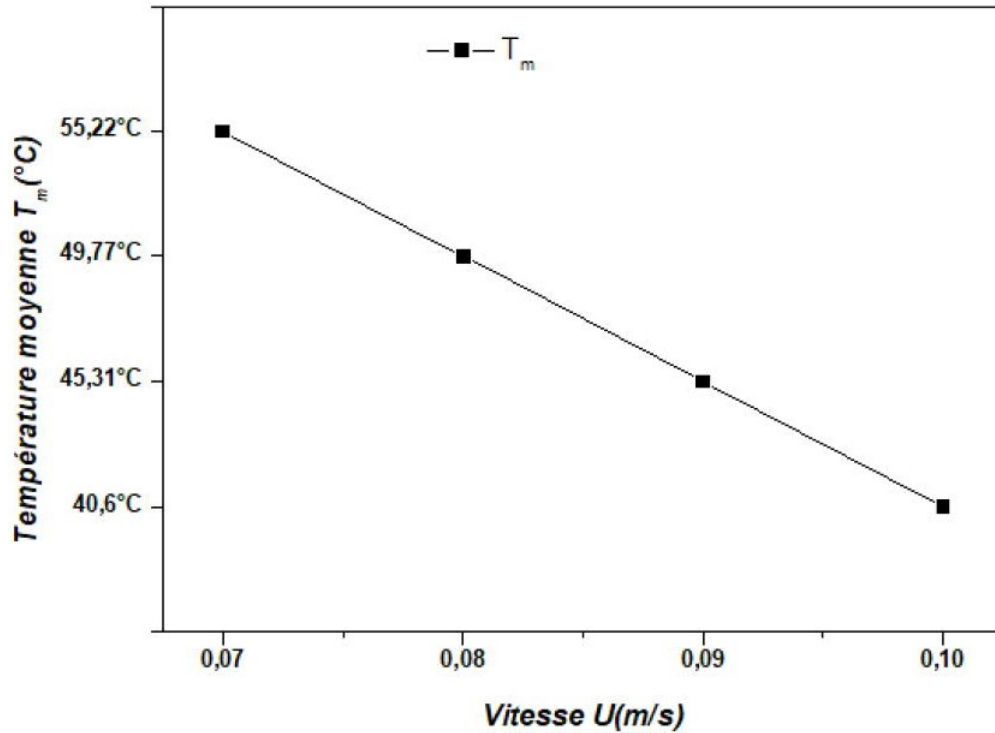


FIGURE 5.14 – Effet de la vitesse de l’air sur la température moyenne à l’intérieur de l’enceinte pour $q = 300W/m^2$.

L’effet de la vitesse sur la structure d’écoulement présenté sur les figures 5.10a à 5.13a montre qu’il existe de plusieurs zones de recirculation assez forte à l’intérieur de l’enceinte. Ces zones se renforcent avec l’augmentation de la vitesse d’écoulement. D’après la répartition des isothermes pour différentes valeurs de vitesse (figures 5.10b à 5.13b), nous pouvons noter que pour une valeur assez faible de la vitesse d’écoulement, le transfert de chaleur par convection naturelle prédomine dans l’enceinte en observant que les particules chaudes légères se trouvent en haut près de la paroi supérieure de l’enceinte tandis que les particules froides, plus lourdes, redescendent par l’effet de la poussée. On constate également que la température du fluide à l’intérieur de l’enceinte est uniforme en notant que le chauffage du fluide est assez efficace aux faibles valeurs de vitesse. Lorsque la vitesse du fluide augmente, le taux de transfert de chaleur diminue, ce qui entraîne une diminution de la température du fluide à l’intérieur de l’enceinte (figure 5.14).

5.3.2 Ouverture de sortie en position mi - hauteur

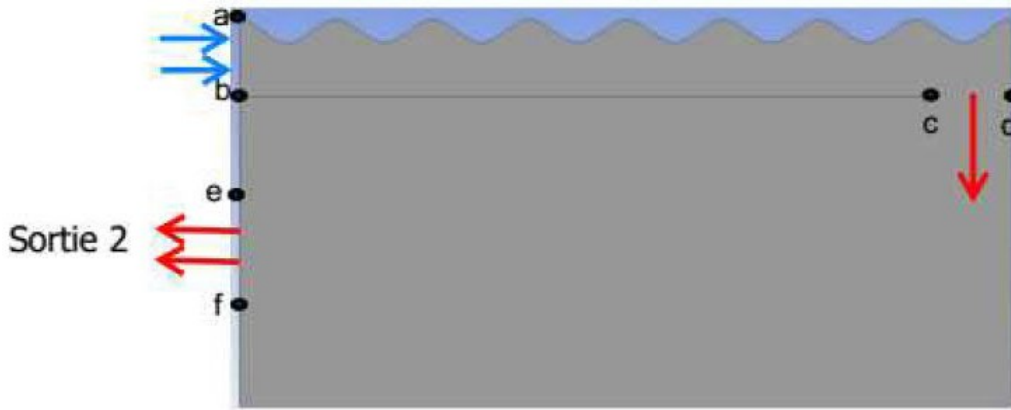
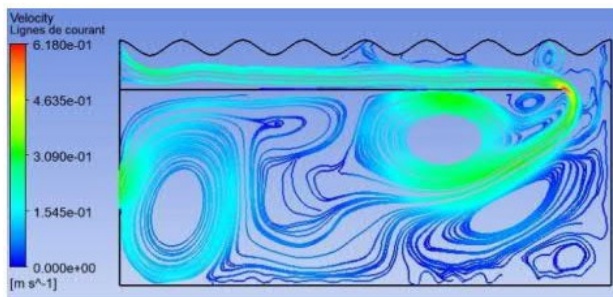


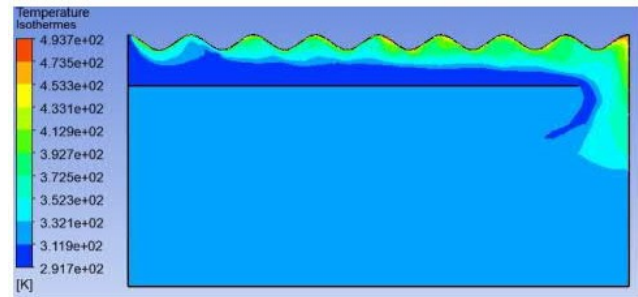
FIGURE 5.15 – Représentation schématique du boîtier de séchage avec une ouverture de sortie en position mi - hauteur.

5.3.2.1 Influence de la densité de flux de chaleur

De même que précédemment, considérons les quatre différentes valeurs de q : $300\text{W}/\text{m}^2$, $350\text{W}/\text{m}^2$, $400\text{W}/\text{m}^2$ et $450\text{W}/\text{m}^2$ et nous fixons la valeur de U à $0,1\text{ m/s}$.

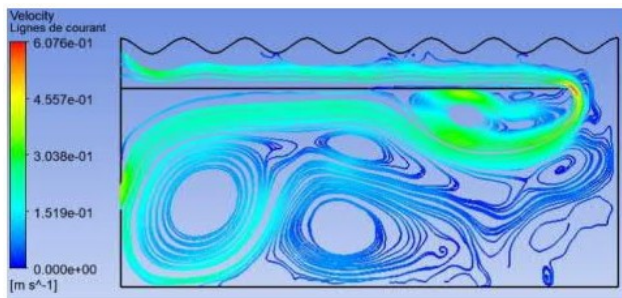


(a)

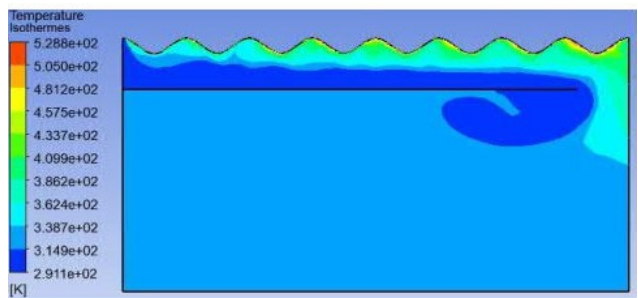


(b)

FIGURE 5.16 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $q = 300\text{ W}/\text{m}^2$ et $U = 0,1\text{ m/s}$.



(a)



(b)

FIGURE 5.17 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $q = 350\text{ W}/\text{m}^2$ et $U = 0,1\text{ m/s}$.

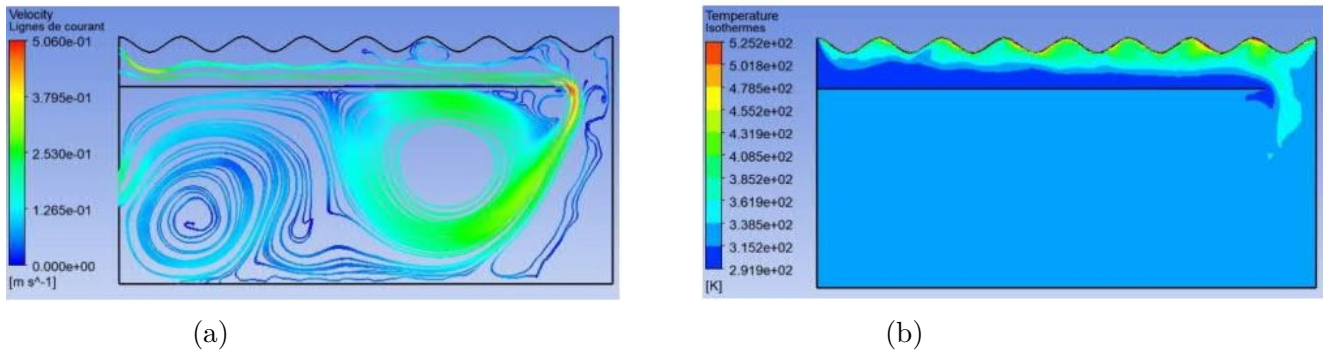


FIGURE 5.18 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $q = 400 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$.

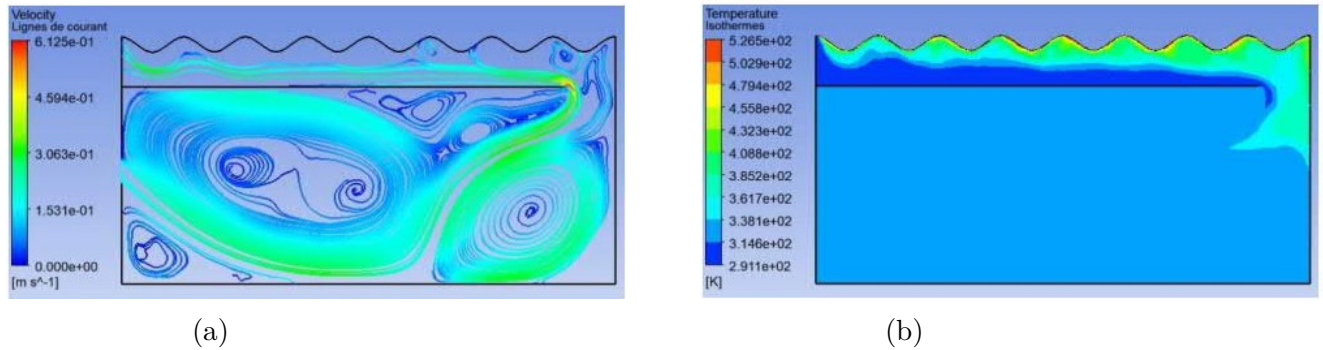


FIGURE 5.19 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $q = 450 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$.

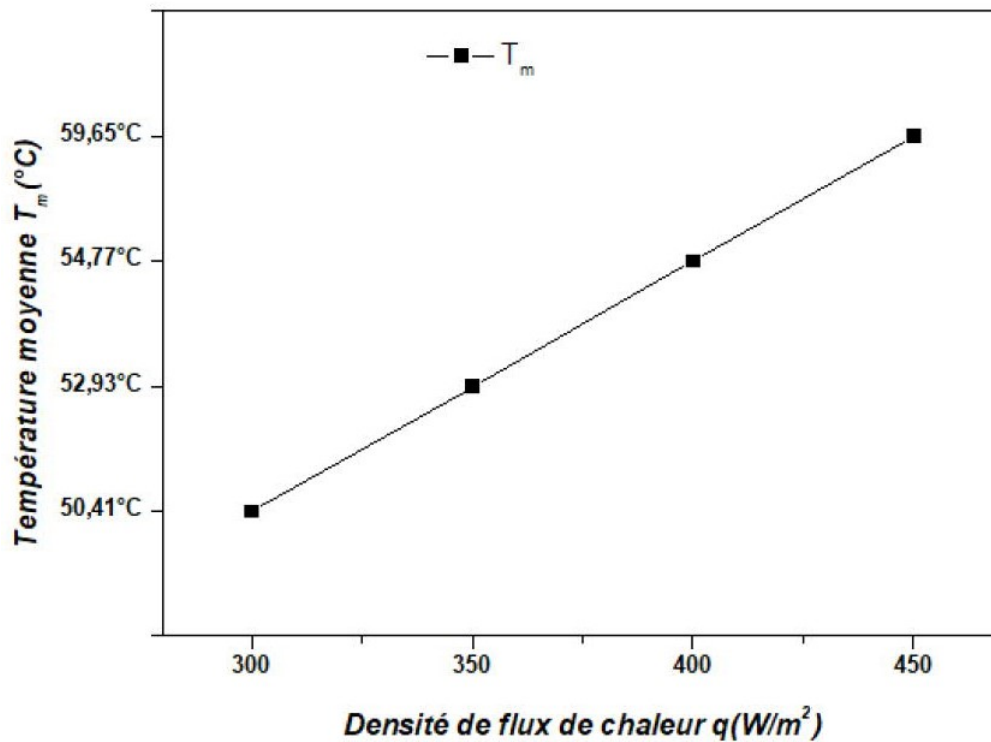


FIGURE 5.20 – Effet de la densité de flux de chaleur sur la température moyenne à l'intérieur de l'enceinte pour $U = 0,1 \text{ m/s}$.

Les lignes de courant dans les figures 5.16a à 5.19a indiquent que la structure de l'écoulement est caractérisée par une présence des plusieurs cellules convectives de différentes tailles dans l'enceinte. Selon les isothermes de la figure 5.16b à 5.19b, on peut dire que la qualité d'échange entre les

protubérances et le fluide s'améliore avec l'augmentation de la valeur de la densité de flux de chaleur q , cela engendre une hausse de la température du fluide dans l'enceinte (figure 5.20).

5.3.2.2 Influence de la vitesse

Dans cette analyse, nous prenons quelques valeurs de la vitesse d'écoulement 0,07 m/s, 0,08 m/s, 0,09 m/s et 0,1 m/s et nous fixons la valeur de q à $300W/m^2$.

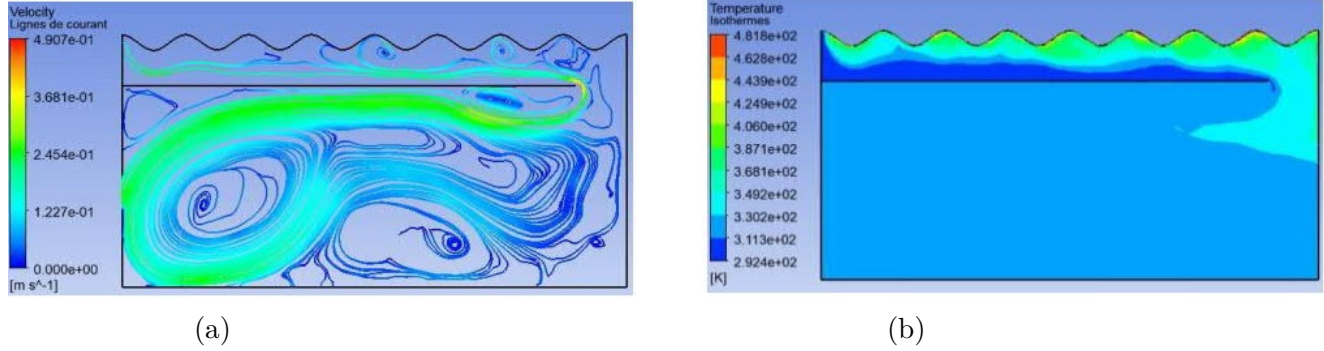


FIGURE 5.21 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $U = 0,07$ m/s et $q = 300W/m^2$.

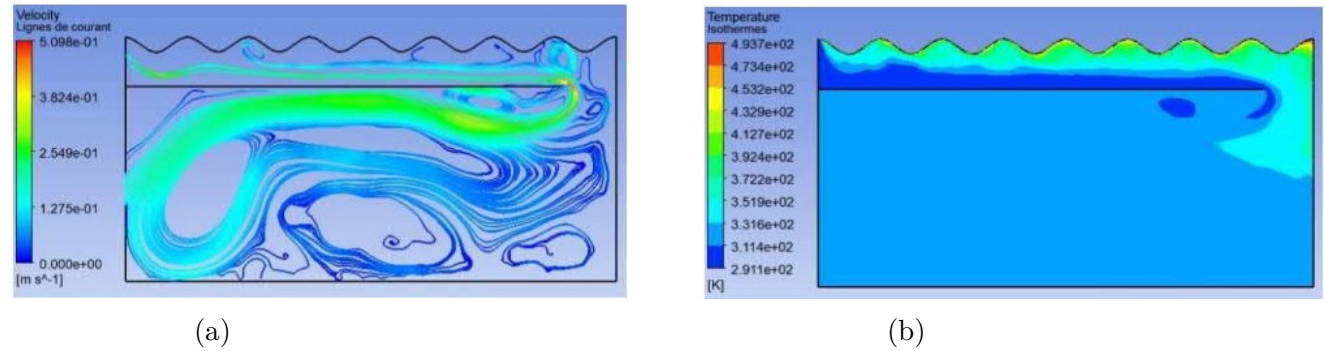


FIGURE 5.22 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $U = 0,08$ m/s et $q = 300W/m^2$.

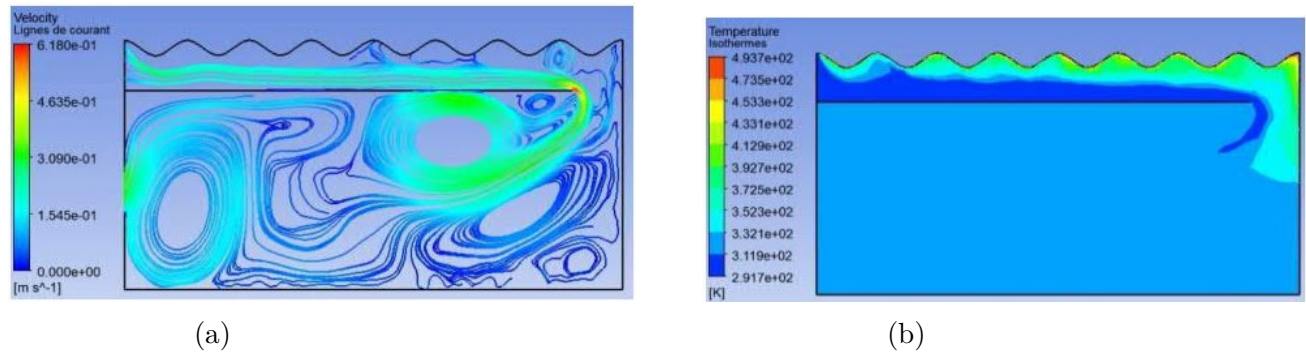


FIGURE 5.23 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $U = 0,09$ m/s et $q = 300W/m^2$.

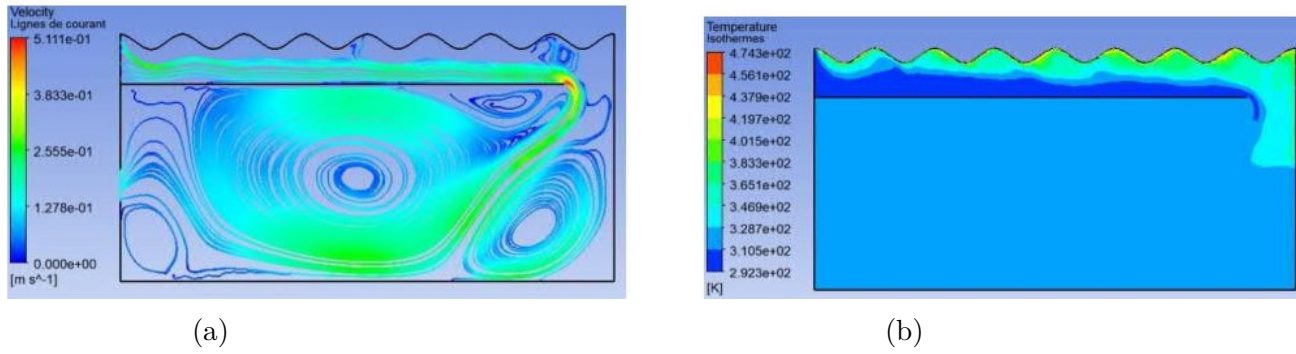


FIGURE 5.24 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $U = 0,1$ m/s et $q = 300W/m^2$.

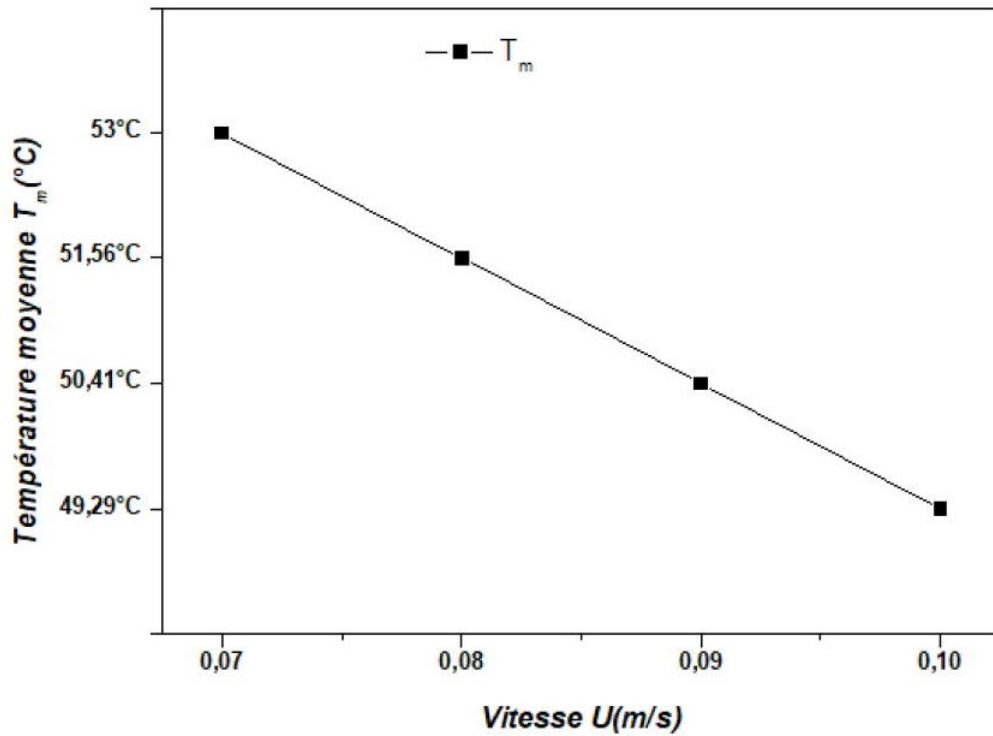


FIGURE 5.25 – Effet de la vitesse de l'air sur la température moyenne à l'intérieur de l'enceinte pour $q = 300W/m^2$.

D'après les figures 5.21a à 5.24a, on constate que l'augmentation de la vitesse d'écoulement renforce les cellules convectives, cela conduit à une réduction du taux de transfert thermique entre le fluide et les protubérances comme l'indique la répartition des isothermes illustrée par les figures 5.21 à 5.24b.

5.3.3 Ouverture de sortie en position haute

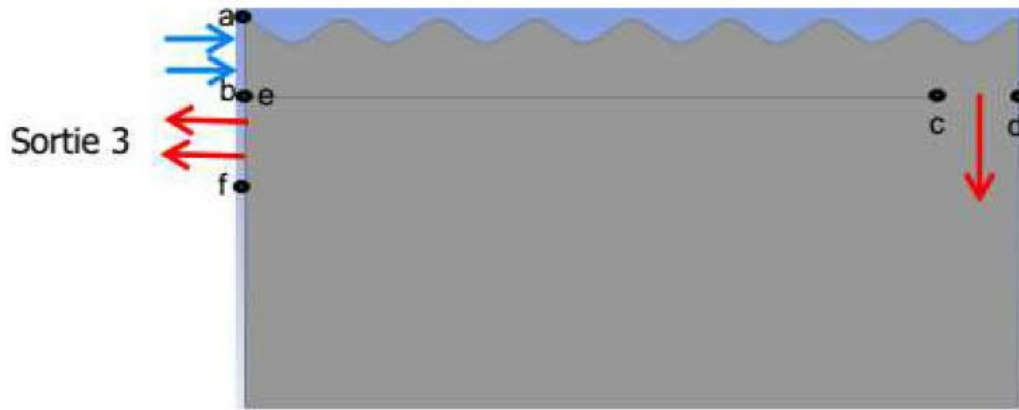


FIGURE 5.26 – Représentation schématique du boîtier de séchage avec une ouverture de sortie en position haute.

5.3.3.1 Influence de la densité de flux de chaleur

Comme les autres configurations, nous allons examiner l'influence de la densité de flux de chaleur à travers les protubérances sur la structure de l'écoulement et le mécanisme du transfert thermique.

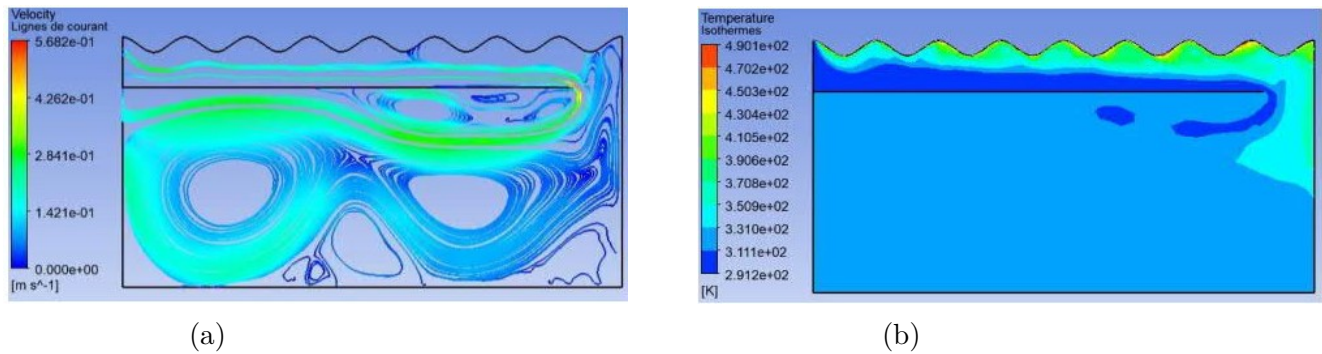


FIGURE 5.27 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$.

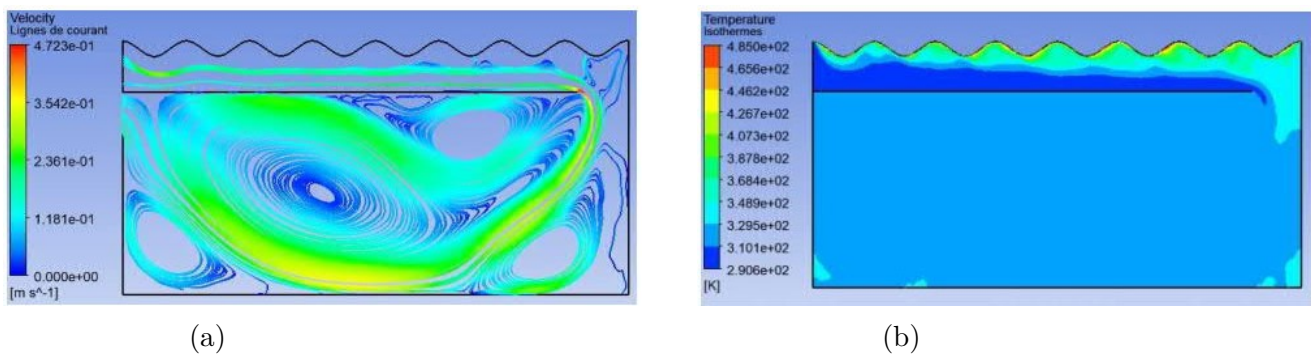


FIGURE 5.28 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $q = 350 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$.

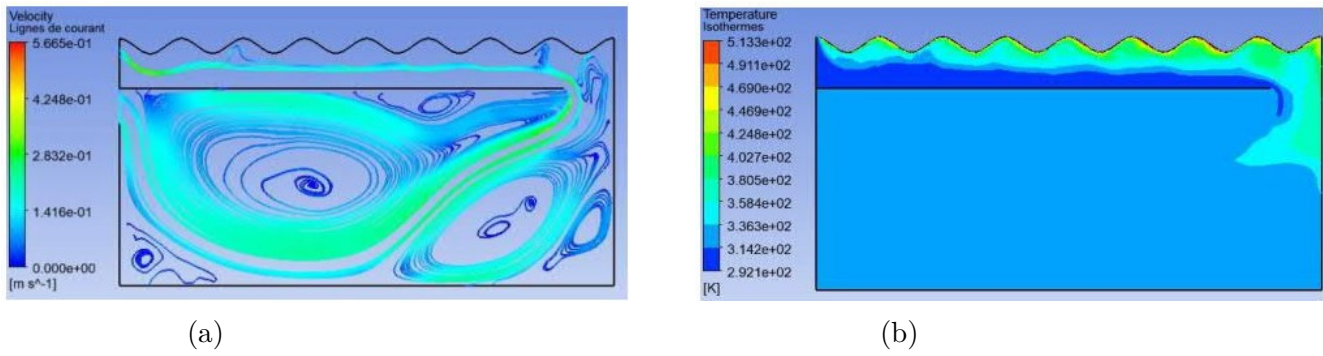


FIGURE 5.29 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $q = 400 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$.

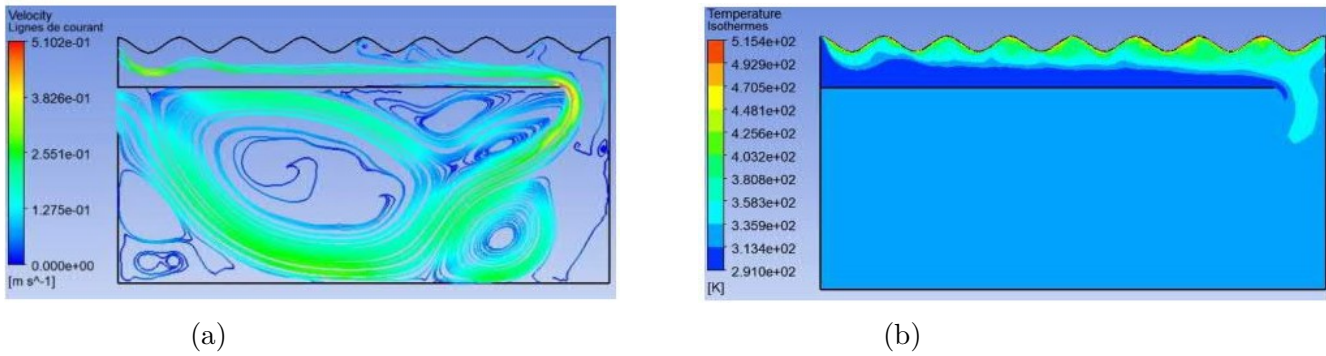


FIGURE 5.30 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $q = 450 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$.

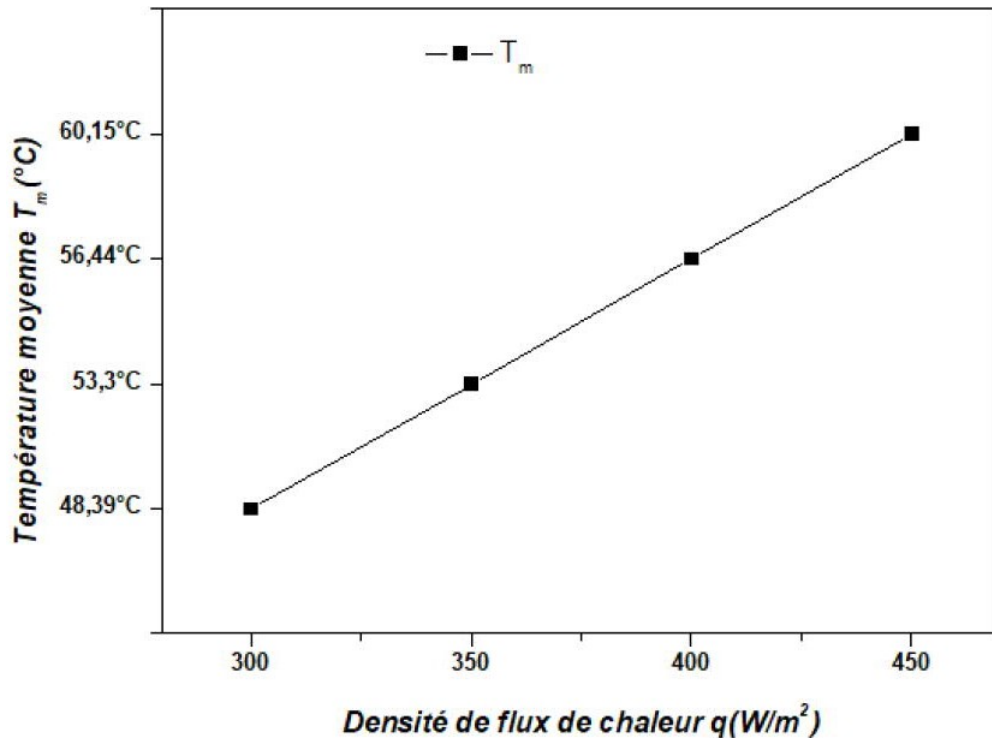


FIGURE 5.31 – Effet de la densité de flux de chaleur sur la température moyenne à l'intérieur de l'enceinte pour $U = 0,1 \text{ m/s}$.

Selon les figures 5.27a à 5.30a avec cette position de l'ouverture de sortie, pour une faible valeur de q , les particules fluides se précipitent directement vers la sortie tandis qu'elles ont tendance à

descendre vers la partie inférieure de l'enceinte avant d'atteindre la sortie pour des valeurs assez élevées de q . Quelle que soit la valeur de q , des fortes zones de recirculation se trouvent à l'intérieur de l'enceinte. Quant aux isothermes des figures 5.27b à 5.30b, on peut noter que l'augmentation de la valeur de q améliore l'échange thermique au sein de l'enceinte, cela justifie la prédominance de la force de flottabilité entraînée par le gradient de température par rapport aux autres forces.

5.3.3.2 Influence de la vitesse

Quelques valeurs de la vitesse d'entrée de fluide ont été prises afin d'examiner l'influence de la variation de la vitesse sur l'échange thermique.

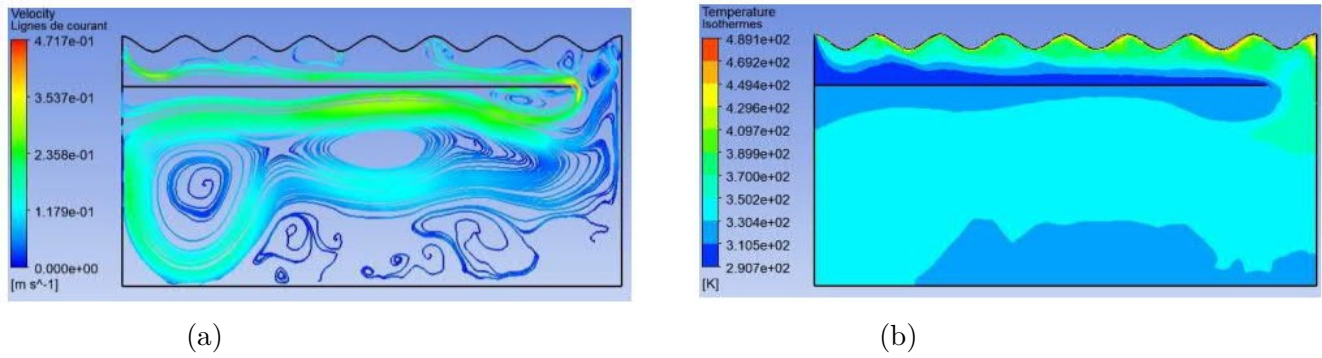


FIGURE 5.32 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $U = 0,07$ m/s et $q = 300\text{W}/\text{m}^2$.

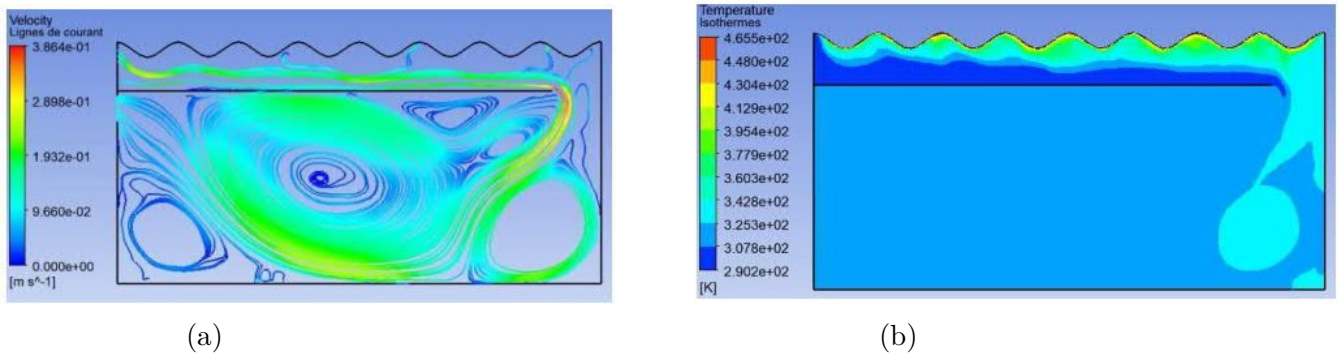


FIGURE 5.33 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $U = 0,08$ m/s et $q = 300\text{W}/\text{m}^2$.

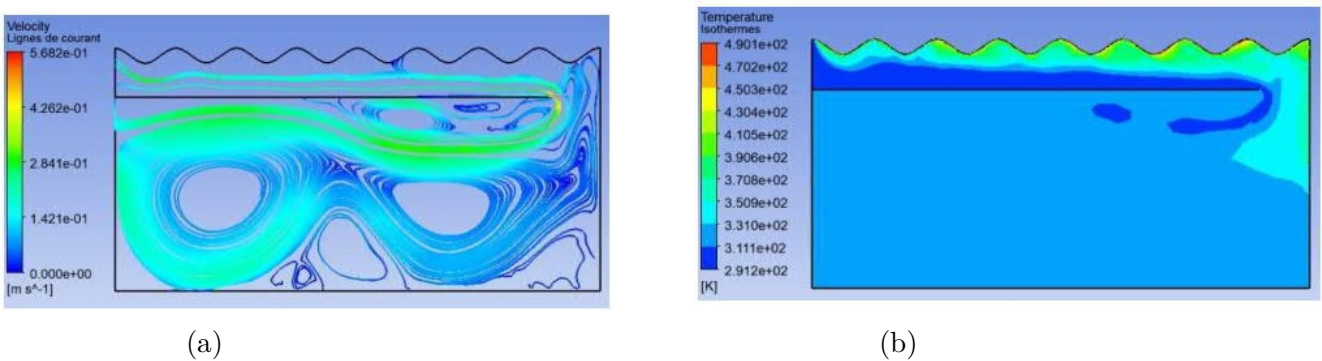


FIGURE 5.34 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $U = 0,09$ m/s et $q = 300\text{W}/\text{m}^2$.

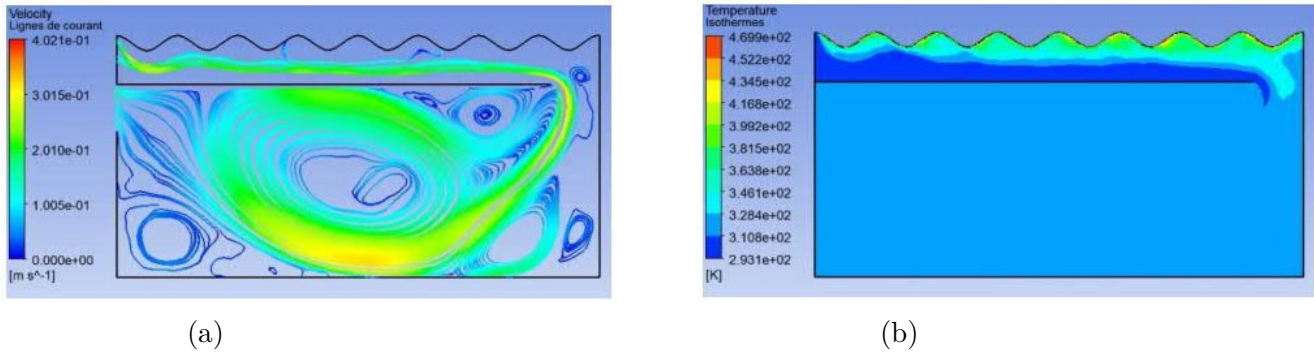


FIGURE 5.35 – Lignes de courant (a) et isothermes (b) pour $U = 0,1$ m/s et $q = 300\text{W}/\text{m}^2$.

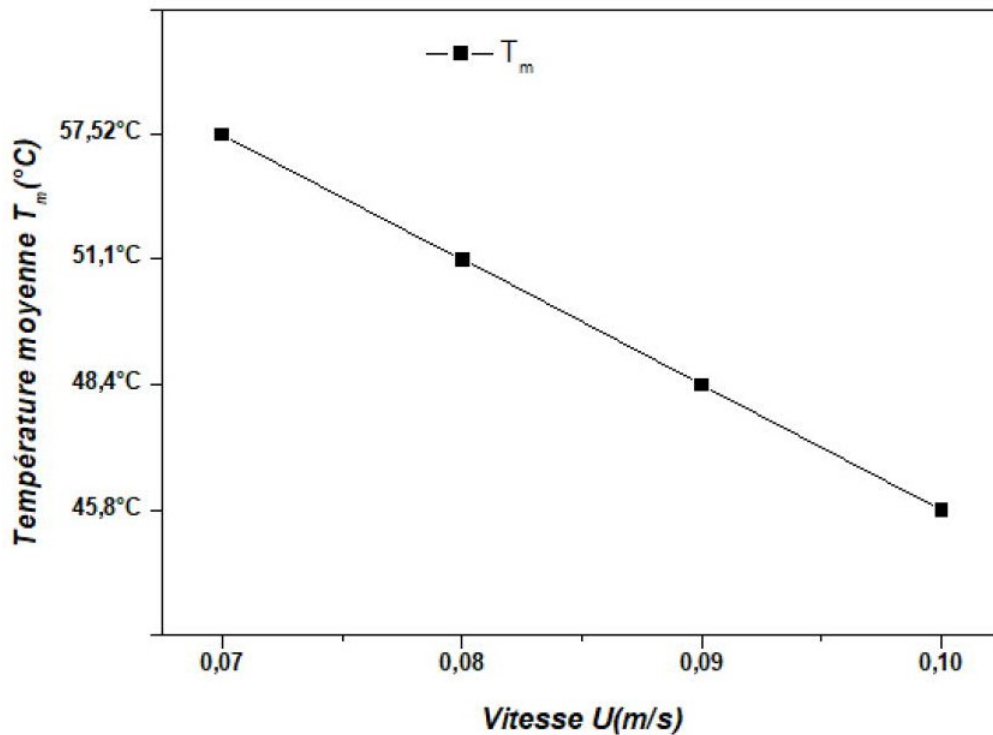


FIGURE 5.36 – Effet de la vitesse de l'air sur la température moyenne à l'intérieur de l'enceinte pour $q = 300\text{W}/\text{m}^2$.

Les lignes de courant présentées sur les figures 5.32a à 5.35a montrent que l'augmentation de la vitesse de l'écoulement intensifie la circulation au sein de l'enceinte, cela entraîne une apparition de plusieurs cellules de convection. Selon les isothermes dans les figures 5.32b à 5.35b, on remarque que l'augmentation de la vitesse d'entrée du fluide fait réduire le taux de transfert thermique entre le fluide et la paroi chaude. Plus la vitesse d'écoulement est assez élevée, plus la chaleur reste stagnée sur les protubérances.

5.3.4 Comparaison entre les configurations 1, 2 et 3

En résumé, d'après toutes les analyses faites, on peut noter qu'avec l'ouverture de sortie en position basse la température moyenne du fluide à l'intérieur de l'enceinte est plus élevée en comparant avec les autres cas.

5.3.5 Evolution temporelle des lignes de courant et des isothermes

Nous allons présenter ci - dessous l'évolution temporelle des lignes de courant et des isothermes pour $q = 300W/m^2$ et $U = 0,1m/s$.

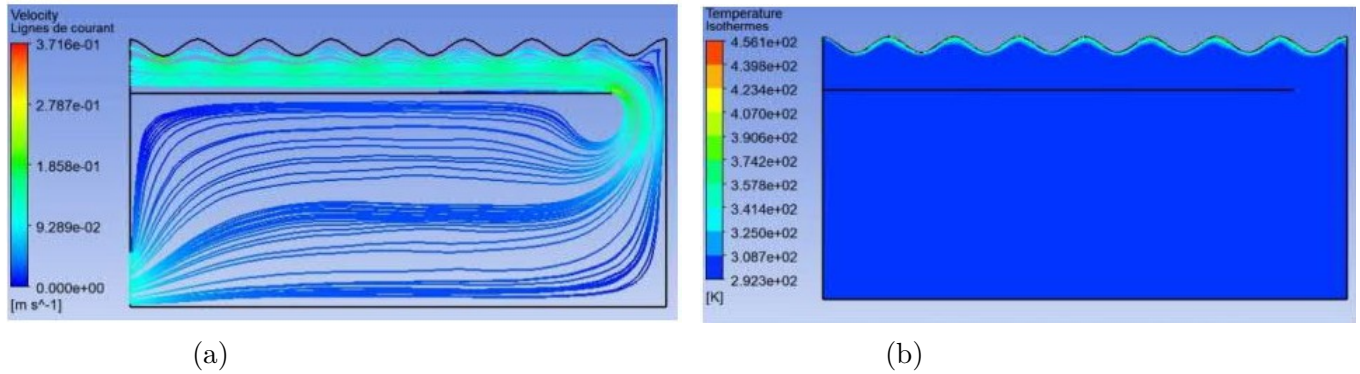


FIGURE 5.37 – Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1 m/s$, $q = 300W/m^2$ et $t = 1s$.

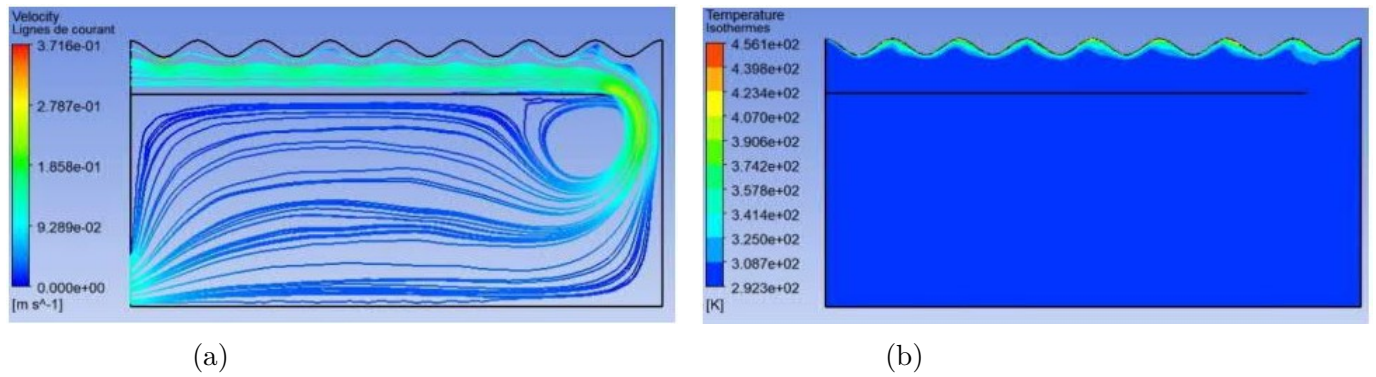


FIGURE 5.38 – Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1 m/s$, $q = 300W/m^2$ et $t = 2s$.

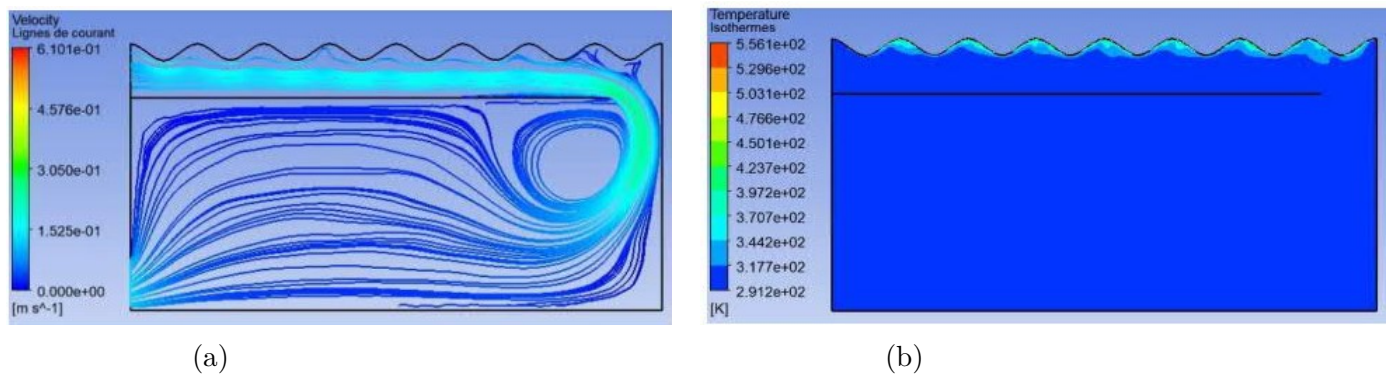


FIGURE 5.39 – Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1 m/s$, $q = 300W/m^2$ et $t = 3s$.

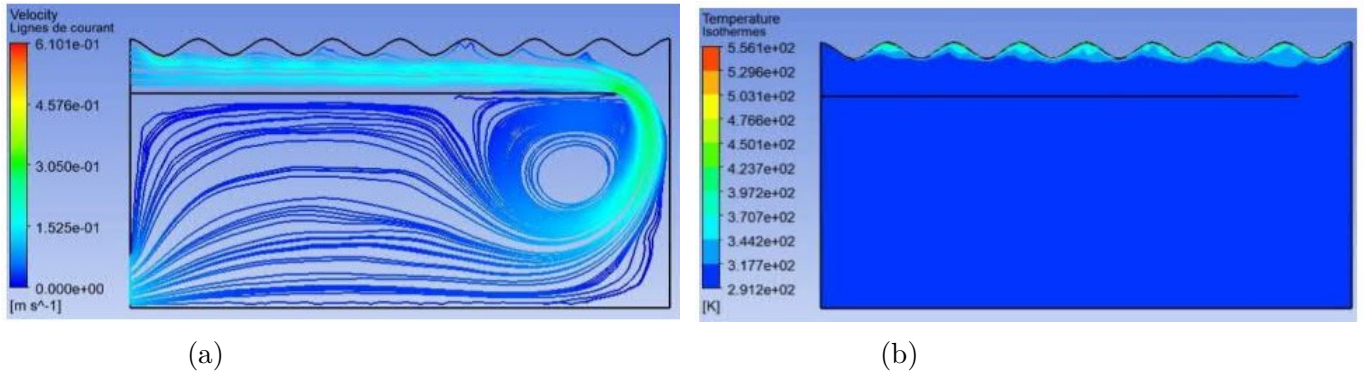


FIGURE 5.40 – Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1 \text{ m/s}$, $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $t = 4 \text{ s}$.

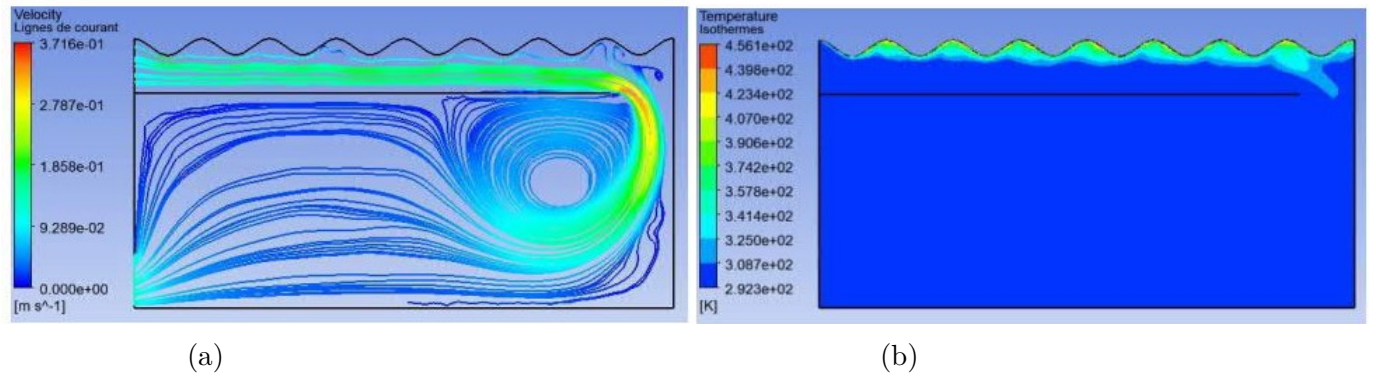


FIGURE 5.41 – Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1 \text{ m/s}$, $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $t = 5 \text{ s}$.

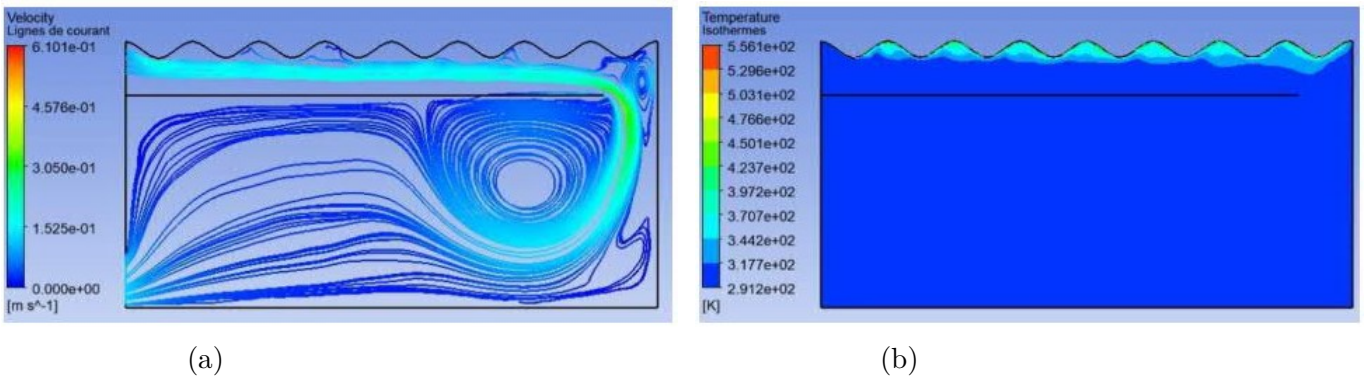


FIGURE 5.42 – Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1 \text{ m/s}$, $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $t = 6 \text{ s}$.

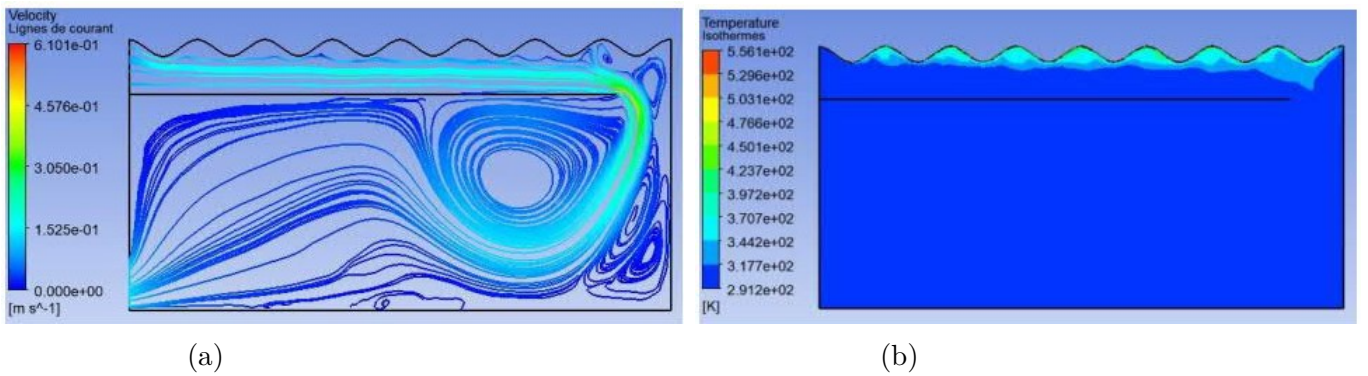


FIGURE 5.43 – Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1 \text{ m/s}$, $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $t = 7 \text{ s}$.

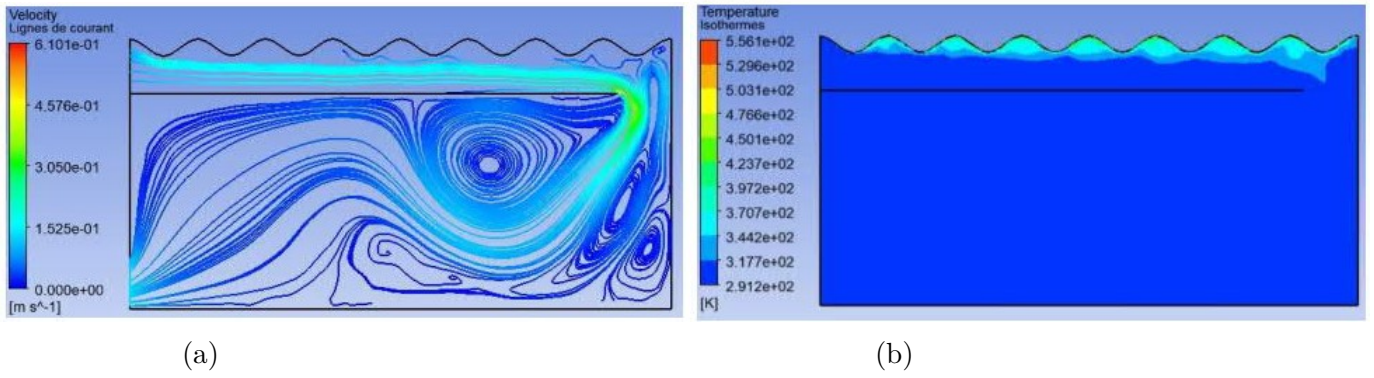


FIGURE 5.44 – Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1$ m/s, $q = 300\text{W}/\text{m}^2$ et $t = 8\text{s}$.

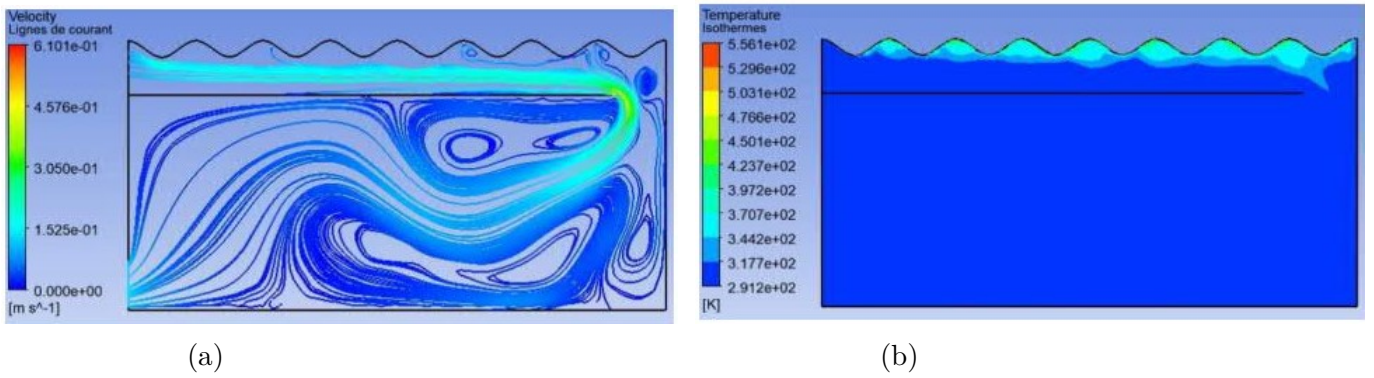


FIGURE 5.45 – Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1$ m/s, $q = 300\text{W}/\text{m}^2$ et $t = 9\text{s}$.

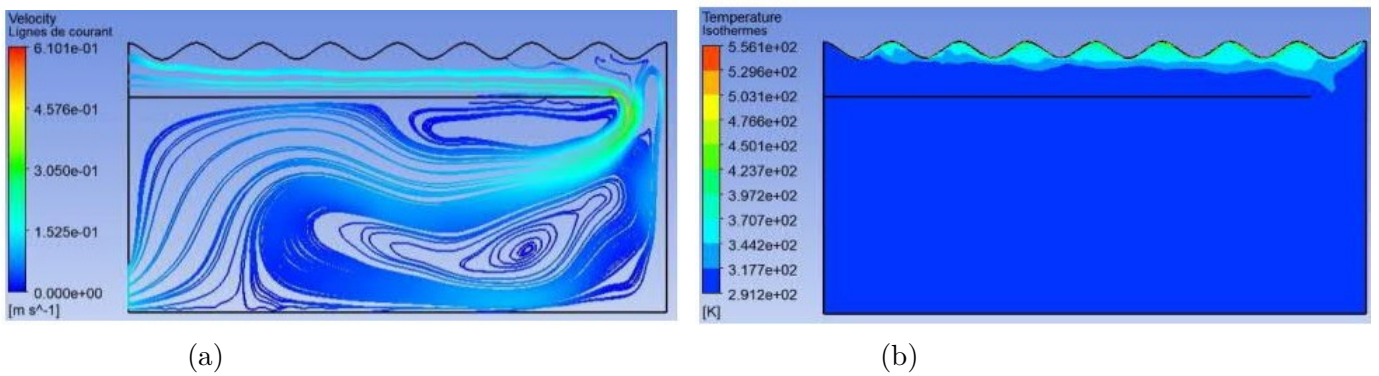


FIGURE 5.46 – Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1$ m/s, $q = 300\text{W}/\text{m}^2$ et $t = 10\text{s}$.

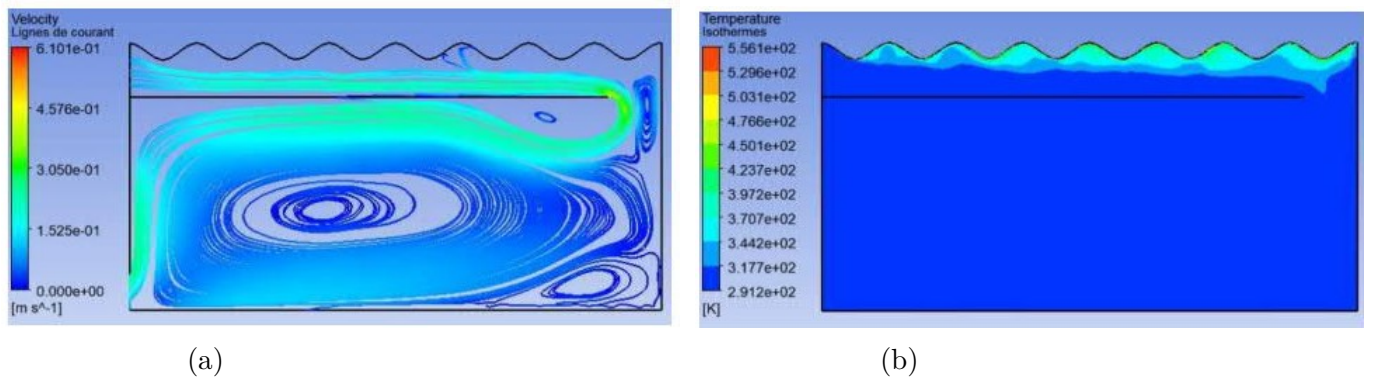


FIGURE 5.47 – Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1$ m/s, $q = 300\text{W}/\text{m}^2$ et $t = 15\text{s}$.

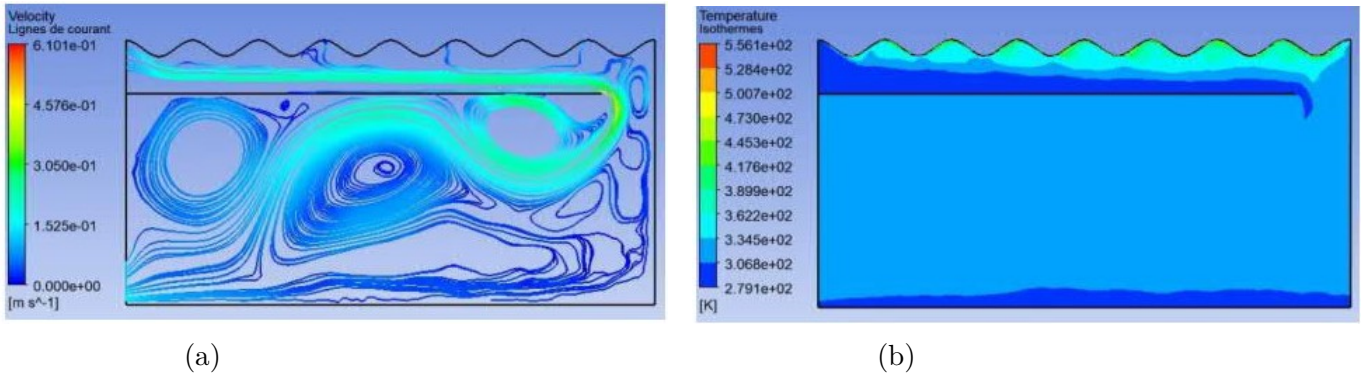


FIGURE 5.48 – Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1$ m/s, $q = 300W/m^2$ et $t = 60s$.

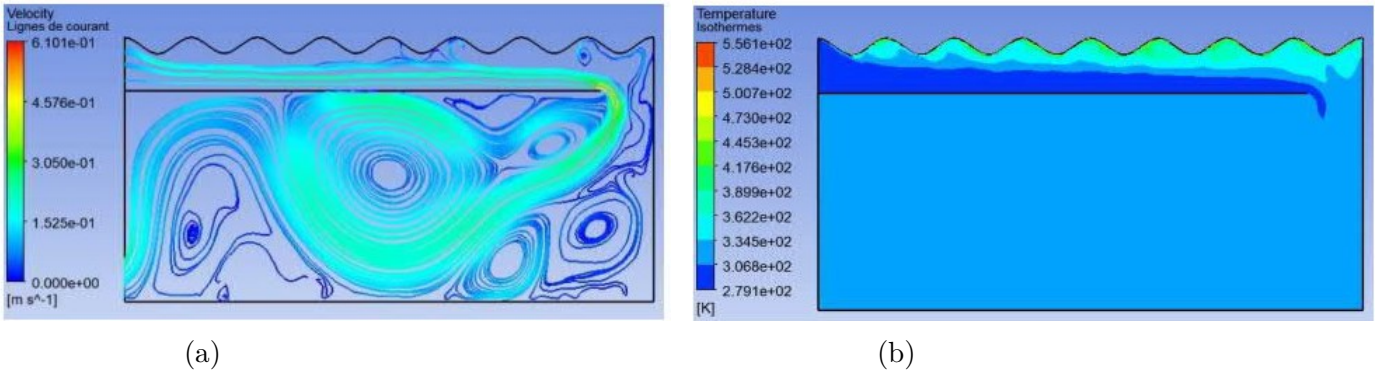


FIGURE 5.49 – Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1$ m/s, $q = 300W/m^2$ et $t = 100s$.

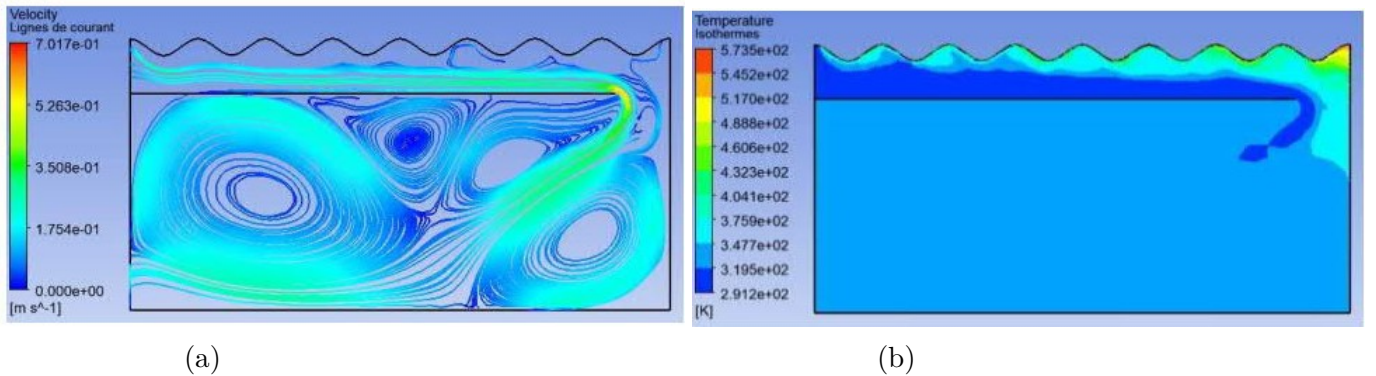


FIGURE 5.50 – Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1$ m/s, $q = 300W/m^2$ et $t = 900s$.

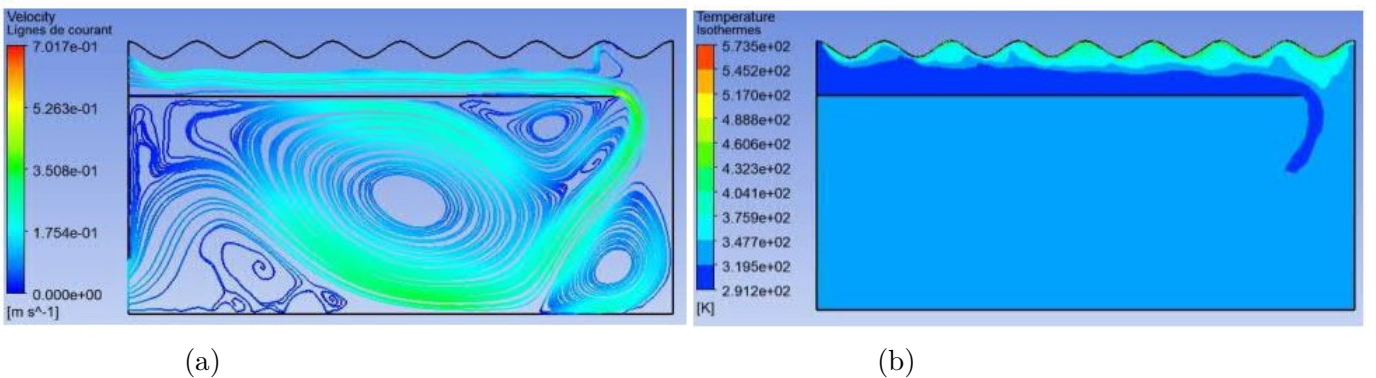


FIGURE 5.51 – Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1$ m/s, $q = 300W/m^2$ et $t = 1800s$.

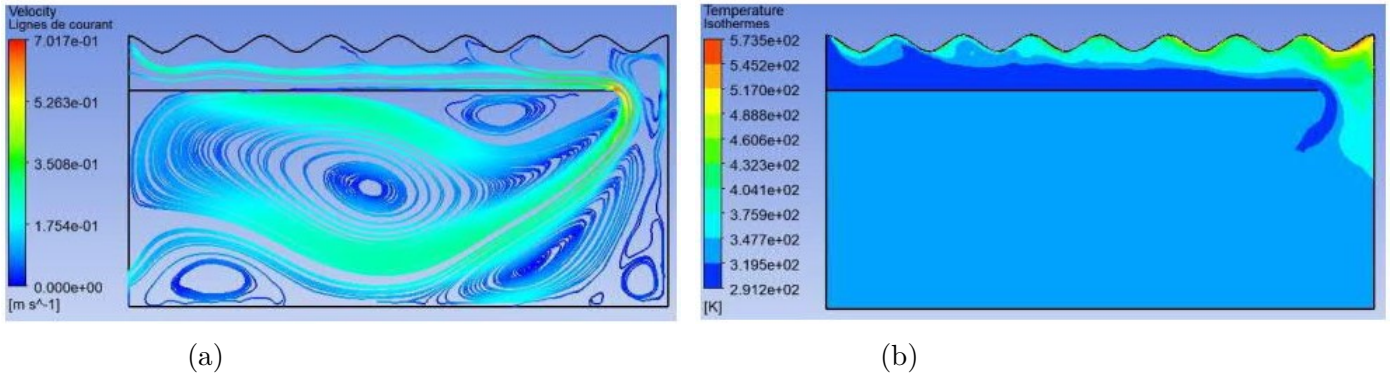


FIGURE 5.52 – Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1 \text{ m/s}$, $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $t = 2700 \text{ s}$.

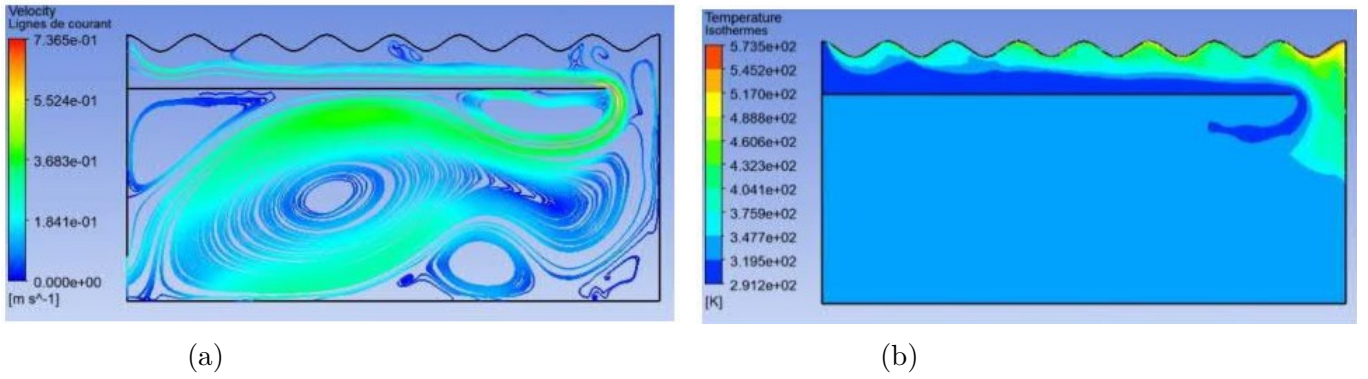


FIGURE 5.53 – Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1 \text{ m/s}$, $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $t = 3600 \text{ s}$.

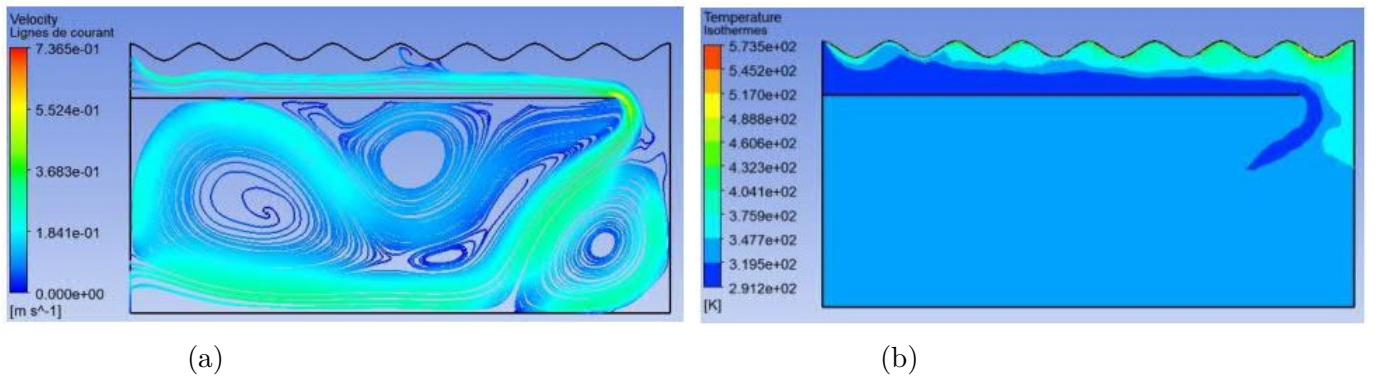


FIGURE 5.54 – Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1 \text{ m/s}$, $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $t = 4500 \text{ s}$.

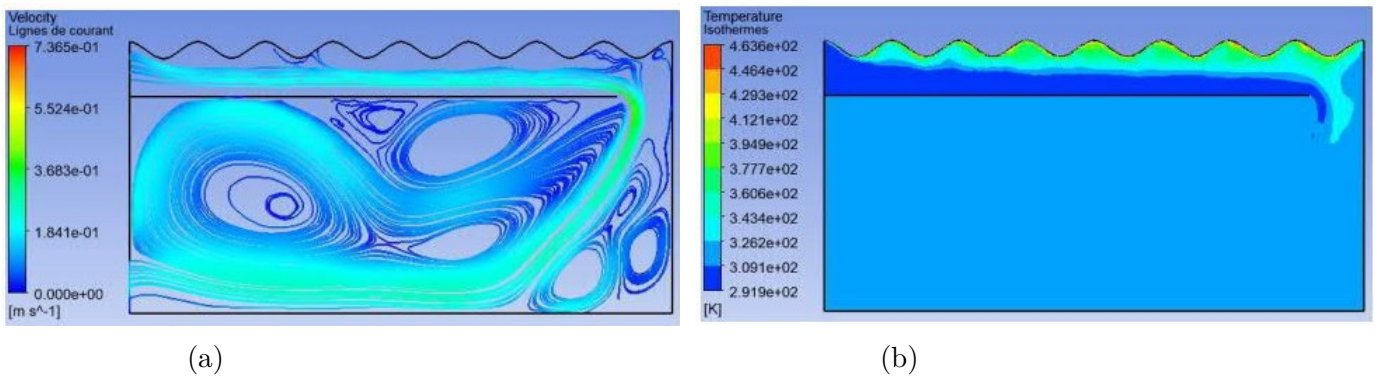


FIGURE 5.55 – Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1 \text{ m/s}$, $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $t = 5400 \text{ s}$.

Les figures 5.39a à 5.57a montrent l'évolution temporelle des lignes de courant et des isothermes pour des valeurs données de la densité de flux de chaleur q égale à 300 W/m^2 et de la vitesse d'entrée

$U = 0,1 \text{ m/s}$ durant un temps maximal de 1h30min. Dans un premier temps, au début de la simulation numérique, nous pouvons dire que l'écoulement ne rencontre aucune perturbation. Après une seconde de simulation, on observe une apparition d'une zone de recirculation de faible intensité près de l'ouverture reliant le canal et l'enceinte indiquant que les particules fluides envahissent l'enceinte. Après quelques instants, la zone de recirculation s'amplifie, et augmente en taille. Au bout de certains temps, des nouvelles zones apparaissent sur le coin à l'extrémité droite et auprès de la paroi inférieure de l'enceinte. Celles qui se situent près de la paroi inférieure s'intensifient tout en repoussant l'écoulement vers le haut. A $t = 60\text{s}$, la formation de plusieurs cellules convectives au sein de l'enceinte se multiplie tout en devenant de plus en plus intense. A partir de $t = 900\text{s}$ (15mn) de simulation, les particules fluides ont tendance à descendre vers la paroi inférieure de l'enceinte en précipitant vers la sortie. Concernant les isothermes des figures 5.39b à 5.57b, on constate que les couches des températures se développent au cours de temps (voir figures 5.39b à 5.49b). A partir de $t = 100\text{s}$, on remarque la répartition des isothermes se présente d'une manière uniforme à l'intérieur de l'enceinte.

5.3.6 Armoire de séchage avec des obstacles

Cette fois – ci, nous allons analyser l'influence de la présence des obstacles à l'intérieur de l'enceinte en examinant également l'effet de l'augmentation de la taille des obstacles.

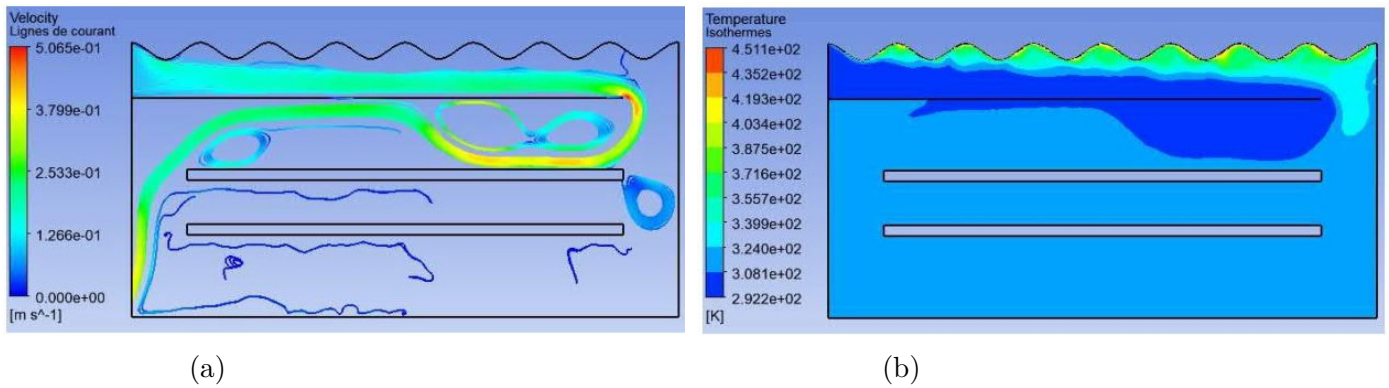


FIGURE 5.56 – Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1 \text{ m/s}$ et $q = 300\text{W/m}^2$ (boîtier 1).

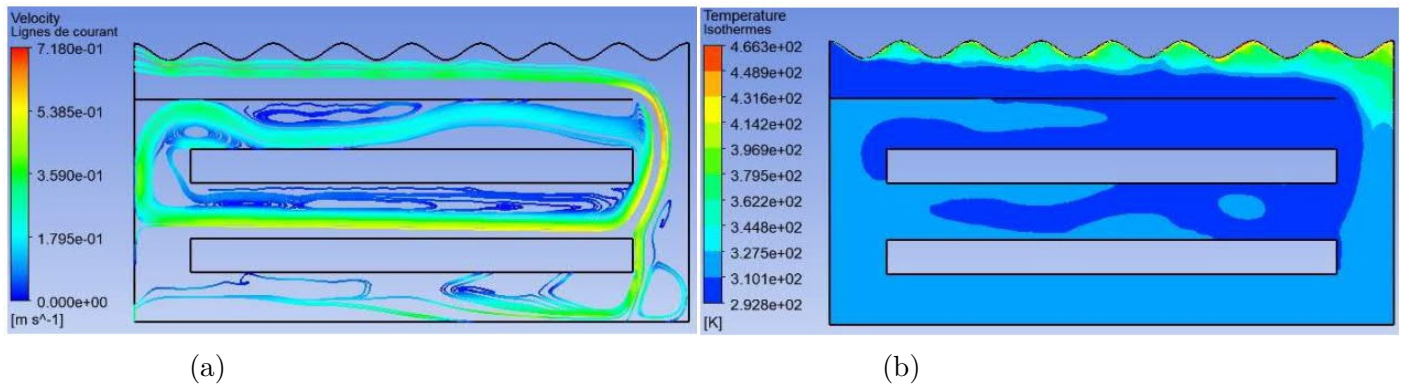


FIGURE 5.57 – Lignes de courant (a) - Isothermes (b) pour $U = 0,1 \text{ m/s}$ et $q = 300\text{W/m}^2$ (boîtier 2).

D'après les lignes de courant présentées dans les figures 5.58a, on peut remarquer que pour une enceinte avec des obstacles de faible épaisseur, quelques cellules convectives sont observées dans

l'enceinte, et les particules fluides passent au-dessus du premier obstacle en rejoignant la sortie. Selon la figure 5.59a, on constate que les fluides se répandent dans l'enceinte avant d'atteindre la sortie. Concernant les isothermes des figures 5.58b et 5.59b, on peut dire que la qualité d'échange thermique est assez intense avec l'enceinte présentant des obstacles de faible épaisseur par rapport à celle qui est avec des obstacles assez épais (voir tableau 5.1). Plus la taille de l'obstacle est assez élevée, plus la chaleur absorbée par le matériau augmente.

TABLE 5.1 – Comparaison entre la température moyenne du fluide à l'intérieur de l'enceinte pour les boitiers 1 et 2 pour $U = 0,1 \text{ m/s}$ et $q = 300 \text{ W/m}^2$.

Boitier	1	2
$T_m(^{\circ}\text{C})$	41,66	36,95

5.4 Modèle 2

5.4.1 Canal avec une enceinte sans obstacle

Les configurations 1 et 2 consistent en un canal associé à une enceinte rectangulaire. Avec la première configuration, la partie absorbante de l'énergie solaire se trouve sur la partie supérieure du canal tandis qu'elle se situe sur la paroi inférieure pour la deuxième configuration.

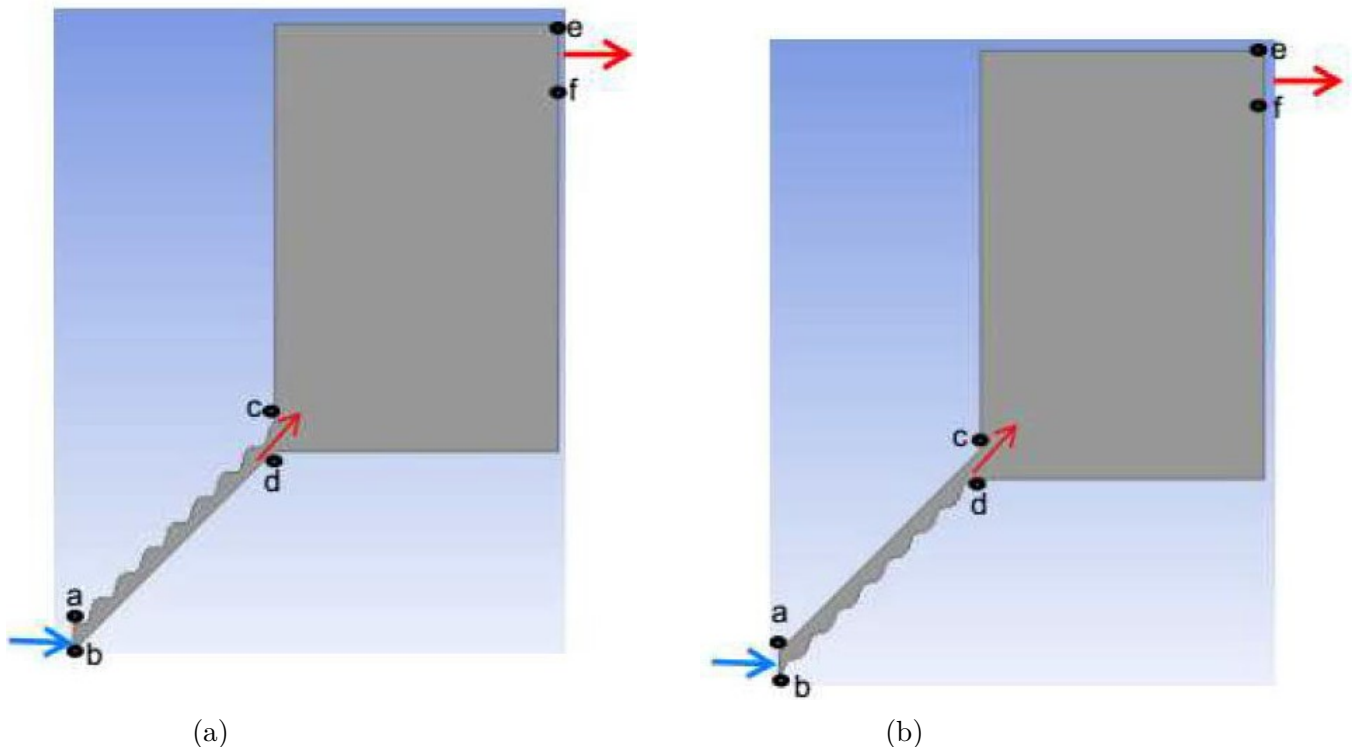
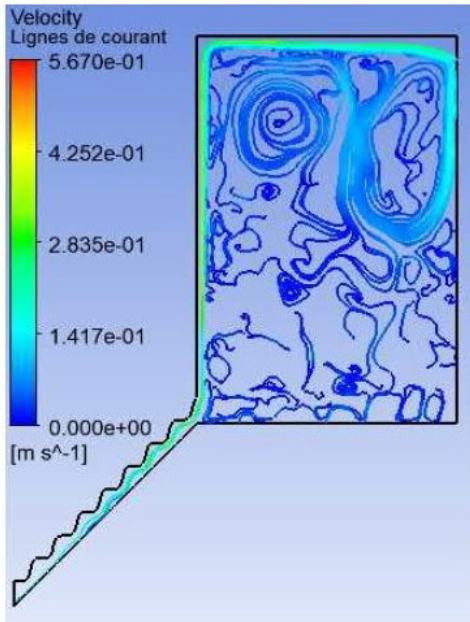


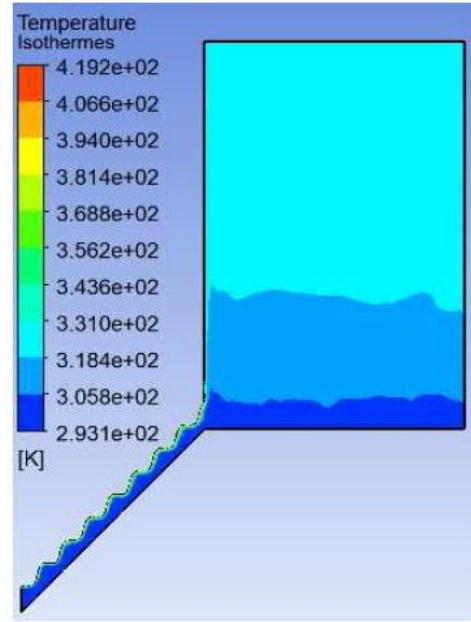
FIGURE 5.58 – Configuration 1 : paroi ondulée en haut (a), configuration 2 : paroi ondulée en bas (b).

5.4.1.1 Comparaison entre les configurations 1 et 2

Cette analyse permet de comparer les résultats obtenus dans des canaux selon la disposition de la paroi ondulée en haut et en bas.

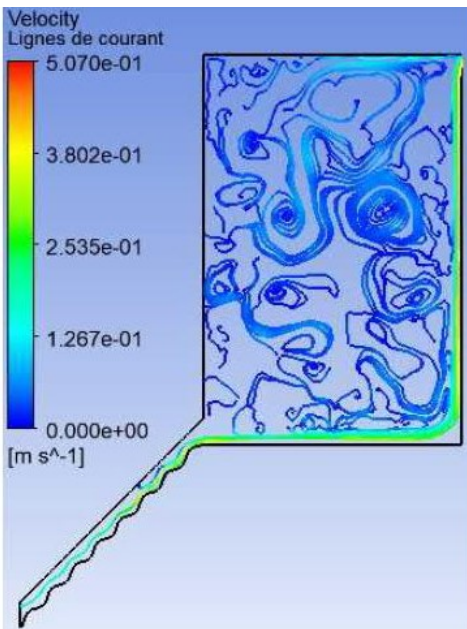


(a)

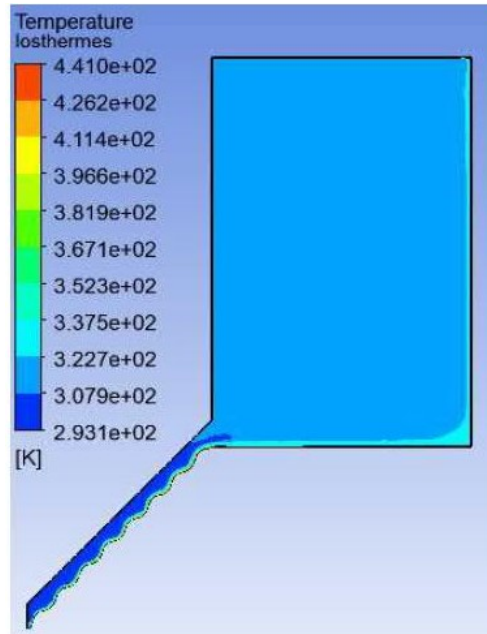


(b)

FIGURE 5.59 – Lignes de courant (a) et Isothermes (b) pour $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$ (configuration 1).



(a)



(b)

FIGURE 5.60 – Lignes de courant (a) et Isothermes (b) pour $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$ (configuration 2).

D'après les figures présentées ci-dessus, nous pouvons constater que pour le canal avec une paroi ondulée en haut, les lignes de courant passent le long de la paroi gauche et de la paroi supérieure de

TABLE 5.2 – Comparaison de la température moyenne à l'intérieur de l'enceinte pour les deux cas de configuration.

	Paroi ondulée en bas	Paroi ondulée en haut
$T_m(^{\circ}C)$	48,1	47,47

l'enceinte lorsque la paroi ondulée se situe en haut du canal (figure 5.61a) alors qu'elles poursuivent la paroi inférieure et la paroi droite pour atteindre la sortie dans le cas de la paroi ondulée placée en bas (5.62a). La distribution des isothermes sur les figures 5.61b et 5.62b montre que les particules fluides sont encore froides près de la paroi inférieure, tandis que la partie supérieure de l'enceinte est dominée par des particules beaucoup plus chaudes (figures 5.61b). D'après la figure 5.62b, qui illustre les isothermes pour le canal avec une paroi ondulée en bas, on peut voir que la température reste pratiquement uniforme au sein de l'enceinte. Si on compare les deux configurations considérées dans cette étude, on peut dire qu'avec la paroi absorbante en bas, la température moyenne des fluides à l'intérieur de l'enceinte est assez élevée (voir tableau 5.2).

5.4.2 Canal avec une enceinte contenant un obstacle

Afin d'améliorer l'échange de chaleur dans l'enceinte, nous disposons un objet rectangulaire sur la paroi inférieure de l'enceinte pour la paroi absorbante située en bas et sur la paroi gauche pour la paroi absorbante placée en haut.

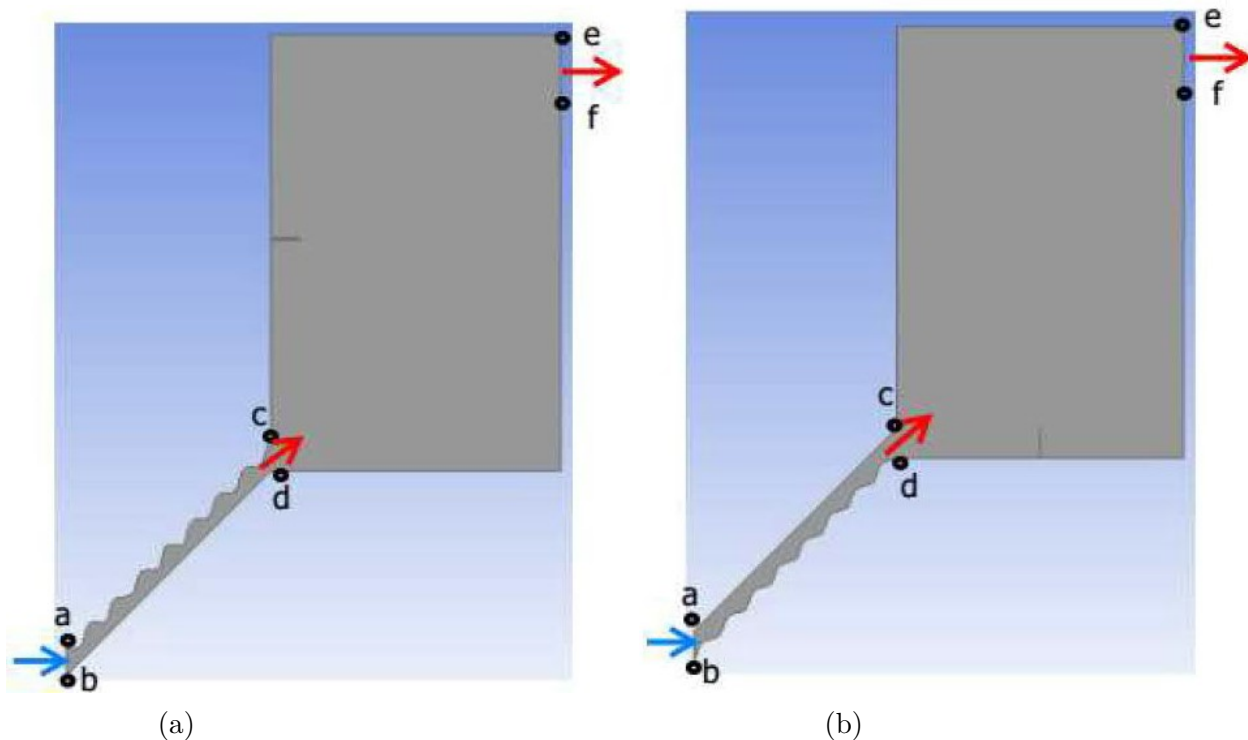


FIGURE 5.61 – Configuration 3 : paroi ondulée en haut (a), configuration 4 : paroi ondulée en bas (b).

5.4.2.1 Comparaison entre les configurations 3 et 4

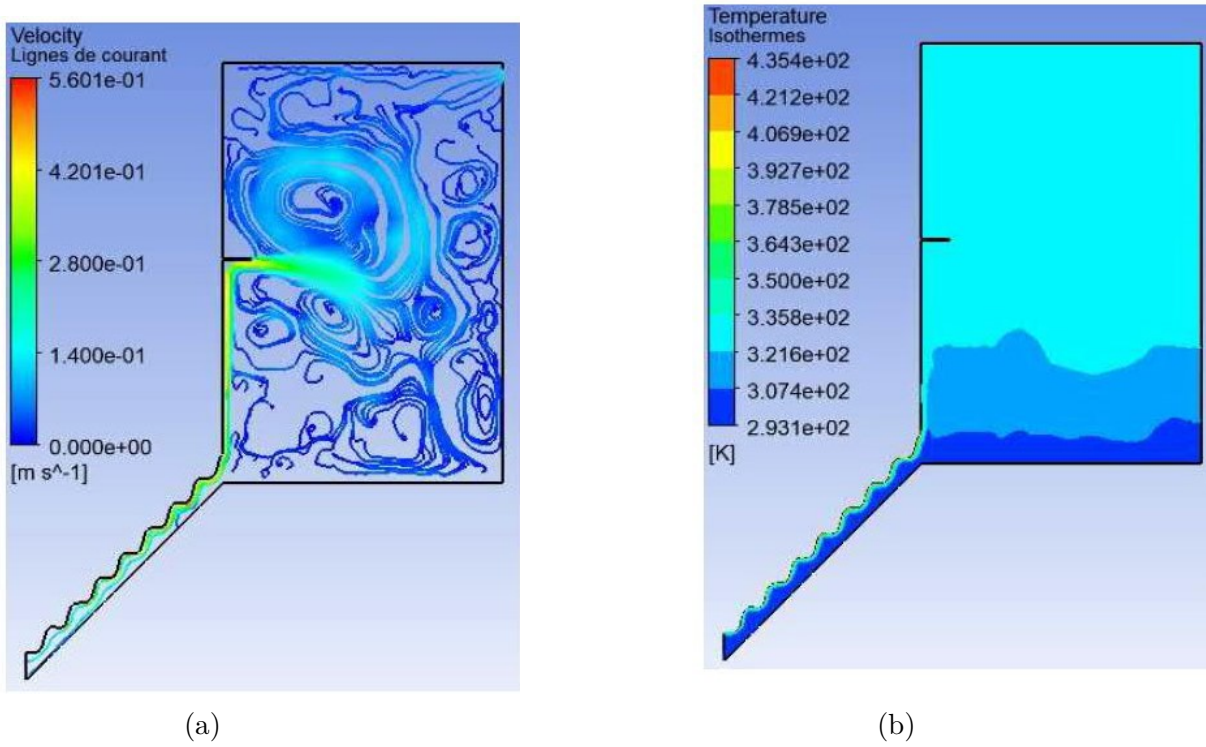


FIGURE 5.62 – Lignes de courant (a) et Isothermes (b) pour $q = 300\ W/m^2$ et $U = 0,1\ m/s$ (configuration 3).

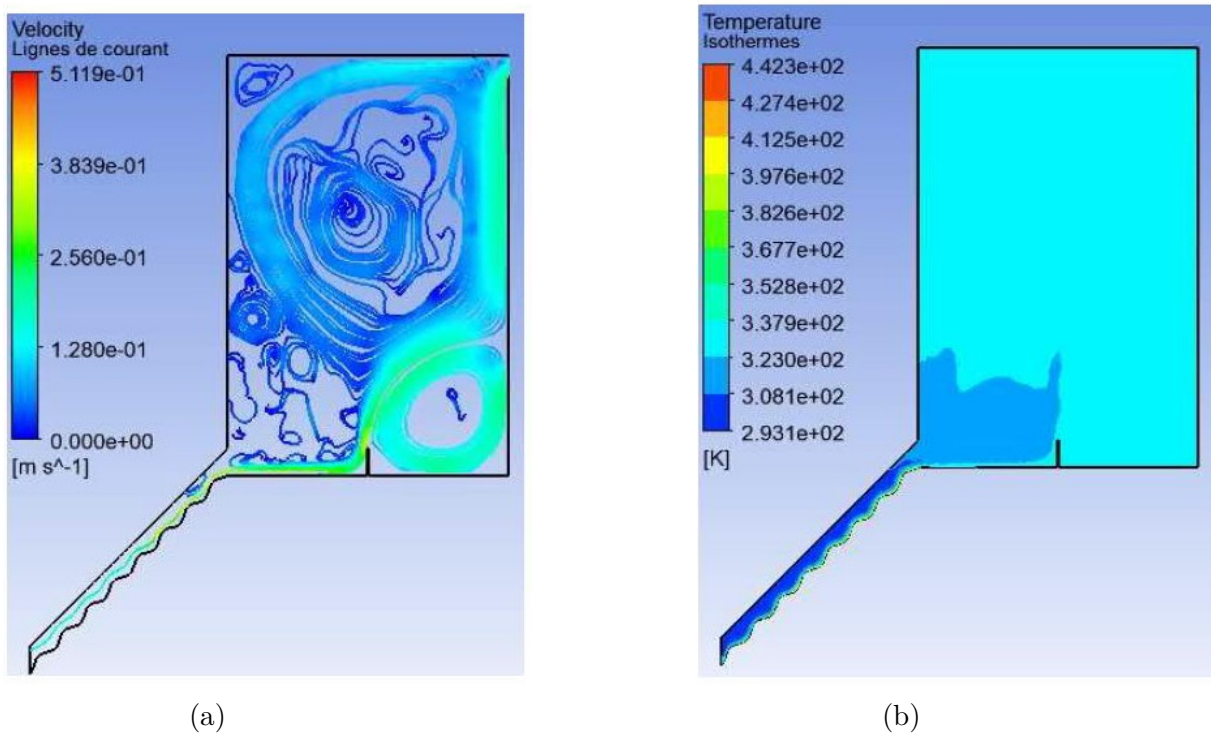


FIGURE 5.63 – Lignes de courant (a) et Isothermes (b) pour $q = 300\ W/m^2$ et $U = 0,1\ m/s$ (configuration 4).

TABLE 5.3 – Comparaison de la température moyenne à l'intérieur de l'enceinte pour la paroi ondulée située en haut et pour celle en bas.

	Paroi ondulée en bas	Paroi ondulée en haut
$T_m(^{\circ}C)$	49,61	47,39

Les lignes de courant des figures 5.64a et 5.65a montrent que la présence de l'obstacle engendre une intensification des cellules convectives dans l'enceinte. Selon les isothermes des figures 5.64b et 5.65b, on peut dire que l'échange thermique à l'intérieur de l'enceinte est assez dense avec le canal dont la paroi ondulée est en bas (voir tabelau 5.3). Il est à noter également que le taux de transfert thermique est assez élevé dans l'enceinte contenant de l'obstacle vis - à - vis de celle dépourvue d'obstacle (voir tableaux 5.2 et 5.3).

5.4.2.2 Influence de la taille de l'obstacle

Dans cette section, nous examinons l'effet de l'augmentation de la taille de l'obstacle sur la structure d'écoulement et le mécanisme de transfert de chaleur.

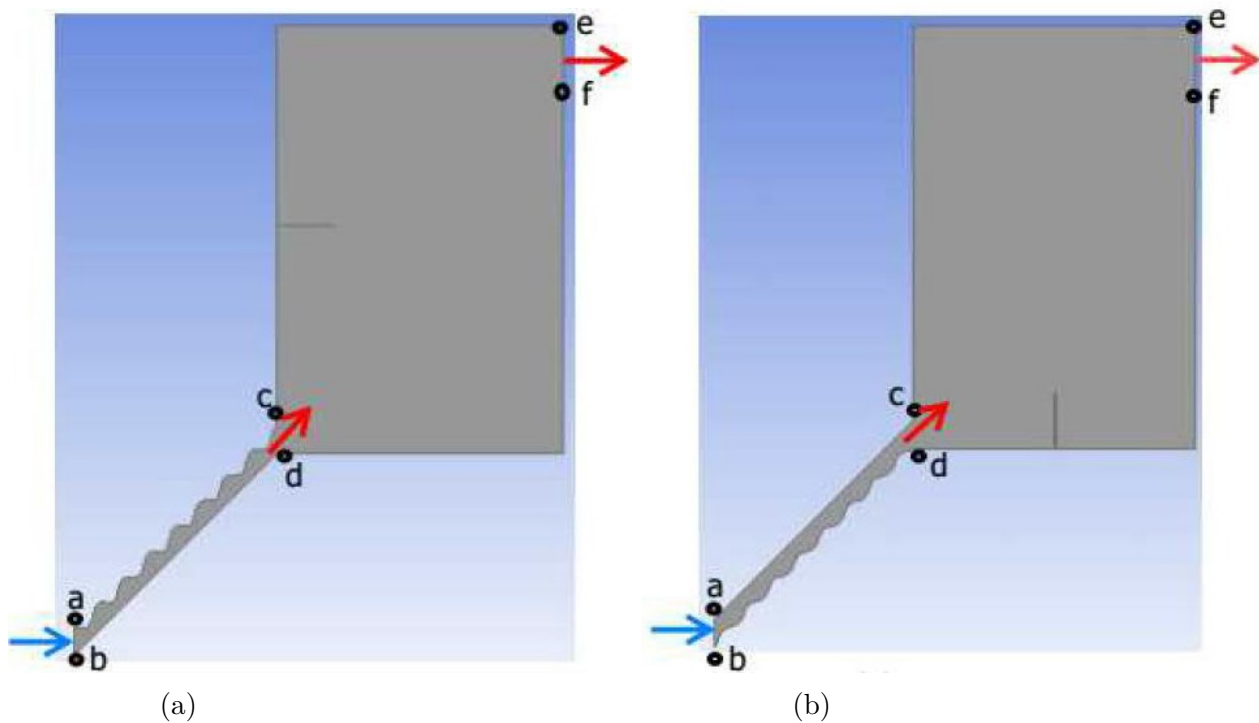


FIGURE 5.64 – Configuration 5 : paroi ondulée en haut (a), configuration 6 : paroi ondulée en bas (b).

5.4.2.3 Comparaison entre les configurations 5 et 6

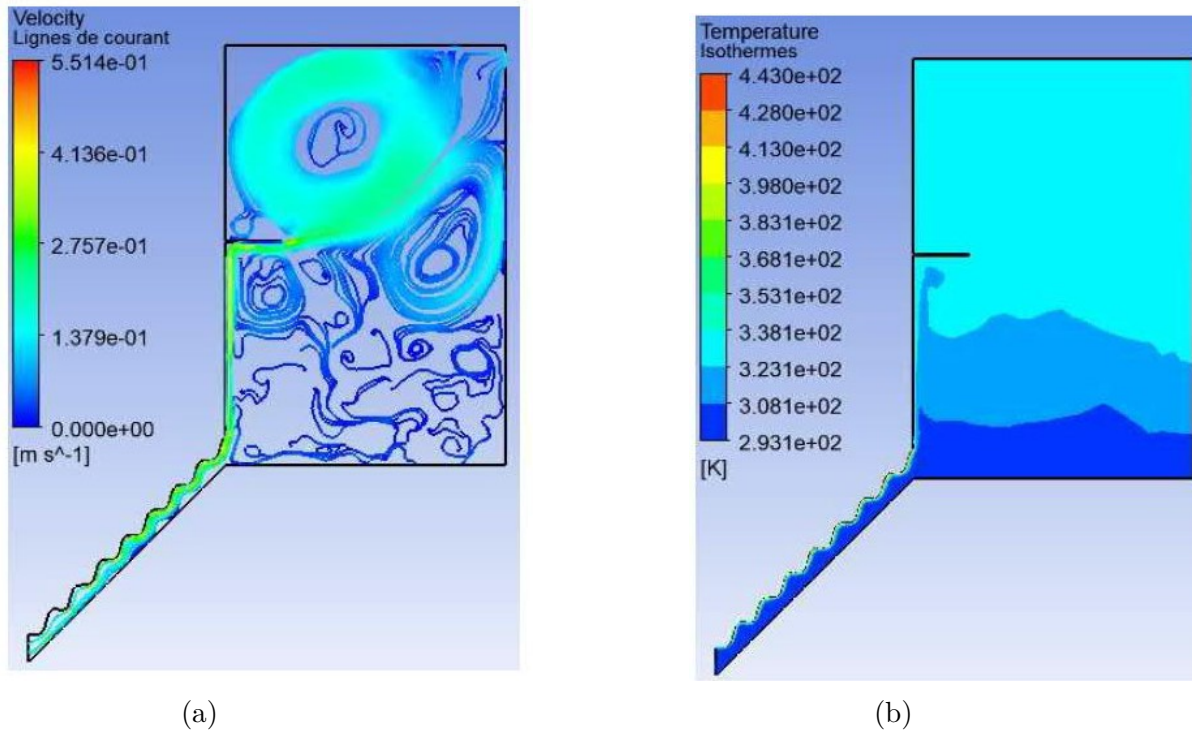


FIGURE 5.65 – Lignes de courant (a) et Isothermes (b) pour $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$ (configuration 5).

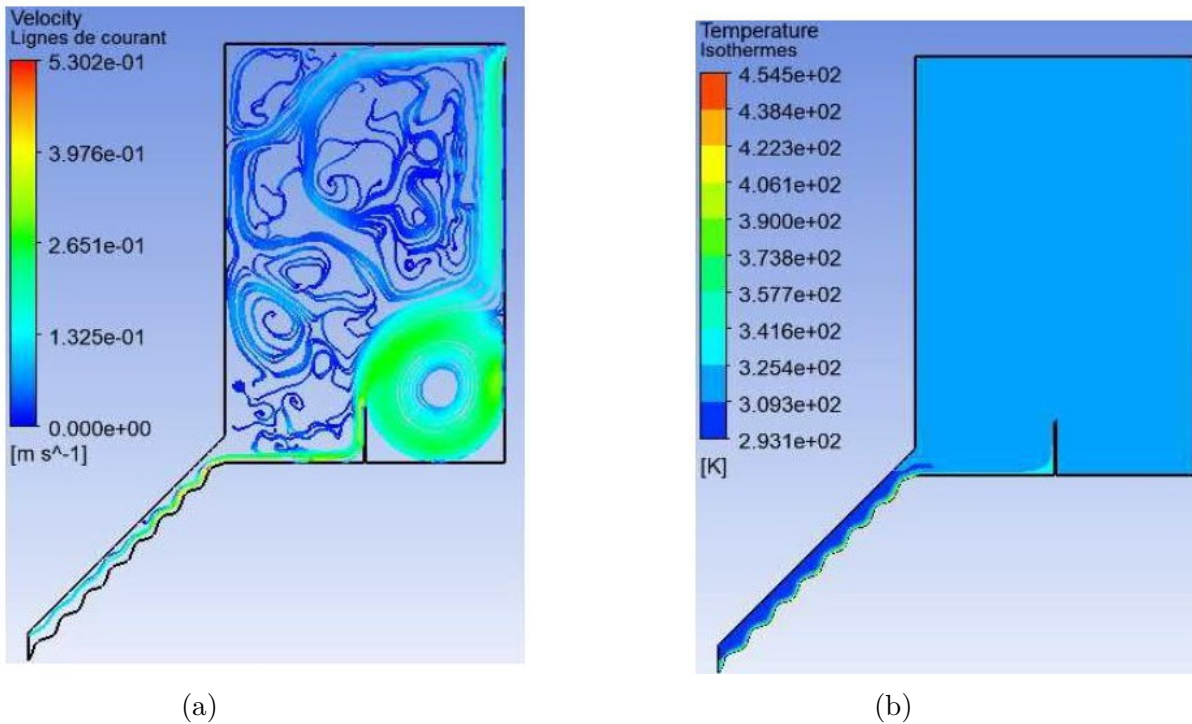


FIGURE 5.66 – Lignes de courant (a) et Isothermes (b) pour $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$ (configuration 6).

TABLE 5.4 – Comparaison entre la température moyenne à l'intérieur de l'enceinte pour la paroi ondulée située en haut et celle en bas.

	Paroi ondulée en bas	Paroi ondulée en haut
$T_m(^{\circ}C)$	49,67	46,56

Concernant les lignes de courant des figures 5.67a et 5.68a, on peut noter que l'augmentation de la taille de l'obstacle renforce les cellules convectives, cela engendre une réduction de la qualité de l'échange thermique dans l'enceinte pour la paroi ondulée en haut (figures 5.67b) alors qu' elle améliore la qualité de l'échange pour l'autre cas (figure 5.68b).

5.4.2.4 Influence de la densité de flux de chaleur et de la vitesse

Compte tenu des résultats précédents sur la comparaison des canaux avec des parois ondulées au-dessus et en dessous, et des enceintes avec et sans obstacles, on peut dire que la présence des obstacles dans l'enceinte conduit à un meilleur échange de chaleur. En effet, le canal avec une paroi ondulée situé en bas, relié avec l'enceinte contenant de l'obstacle est choisi pour les différentes analyses suivantes.

5.4.2.4.1 Influence de la densité de flux de chaleur

Dans cette analyse, nous faisons varier la densité de flux de chaleur q par $300W/m^2$, $350W/m^2$, $400W/m^2$ et $450W/m^2$ et fixons la vitesse du fluide à l'entrée du canal à $0,1 \text{ m/s}$.

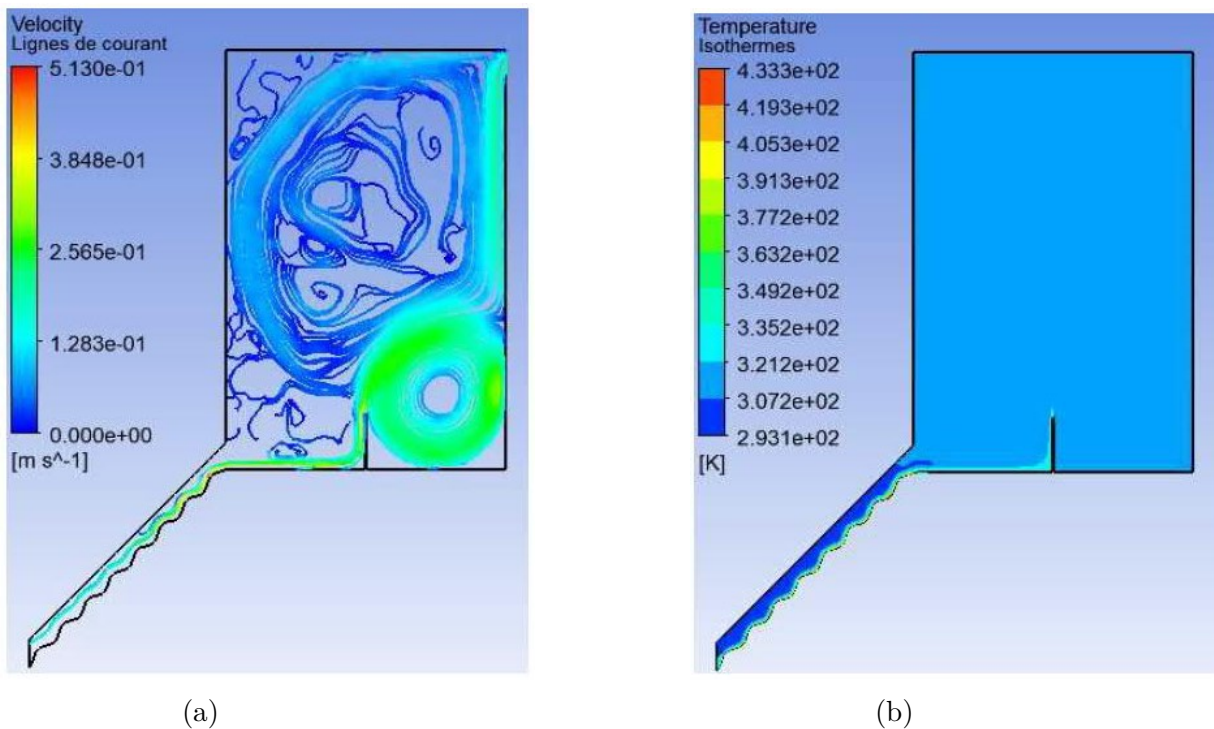
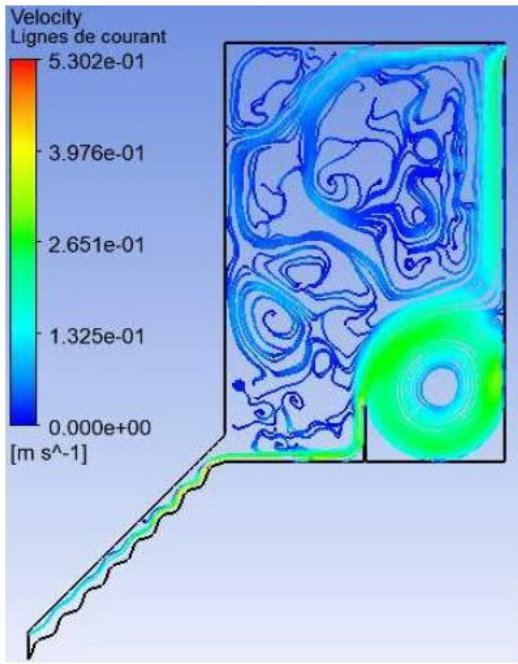
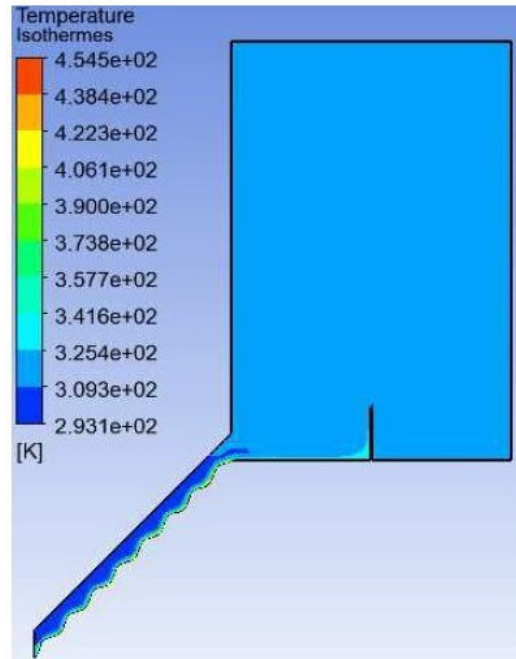


FIGURE 5.67 – Lignes de courant (a) et Isothermes (b) pour $q = 300 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$.

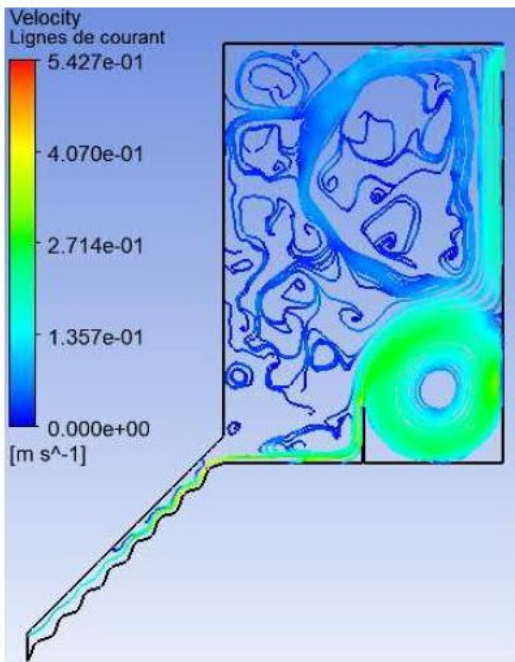


(a)

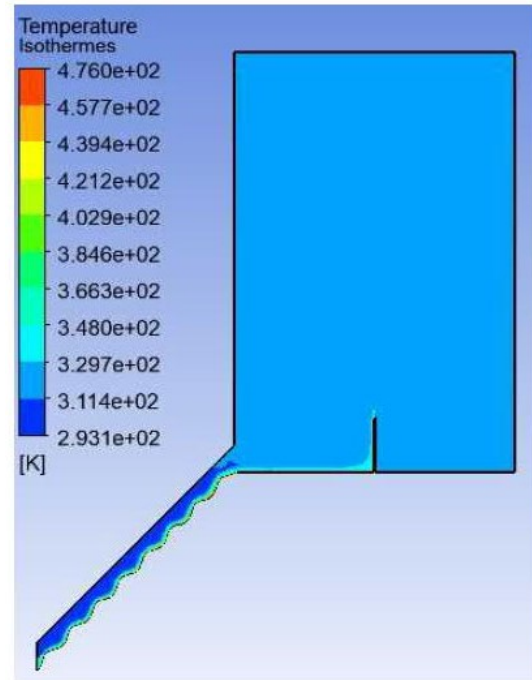


(b)

FIGURE 5.68 – Lignes de courant (a) et Isothermes (b) pour $q = 350 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$.



(a)



(b)

FIGURE 5.69 – Lignes de courant (a) et Isothermes (b) pour $q = 400 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$.

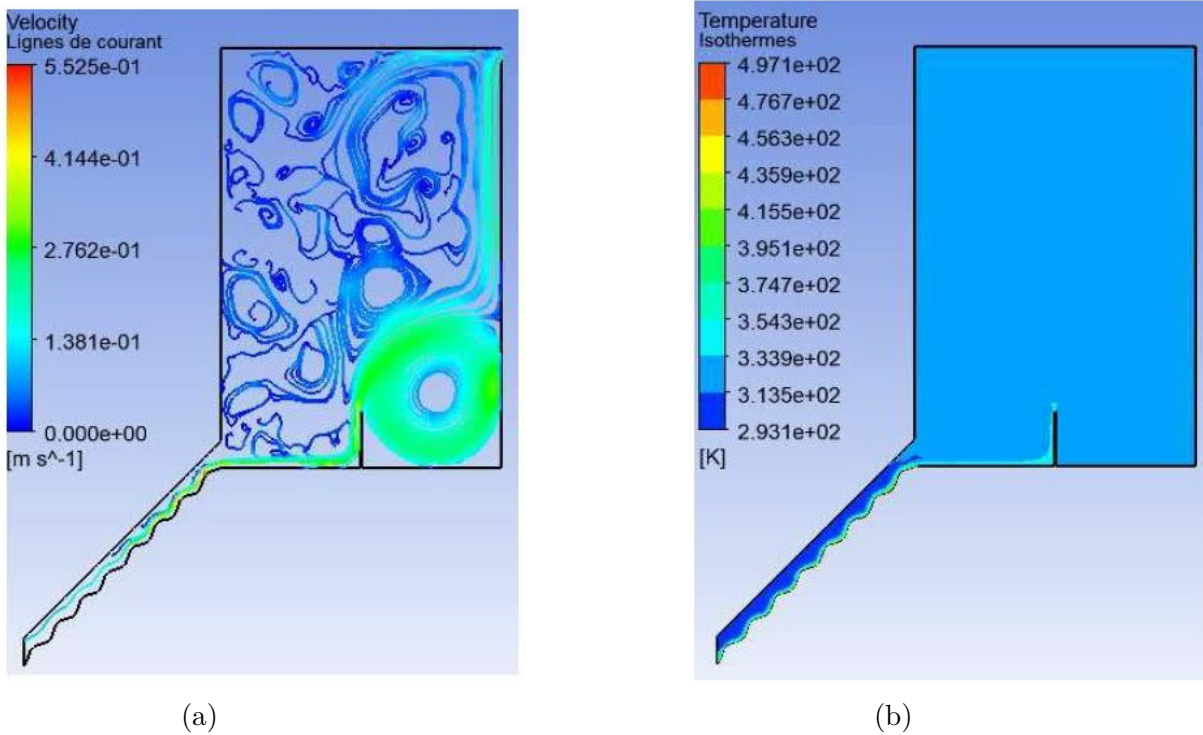


FIGURE 5.70 – Lignes de courant (a) et Isothermes (b) pour $q = 450 \text{ W/m}^2$ et $U = 0,1 \text{ m/s}$.

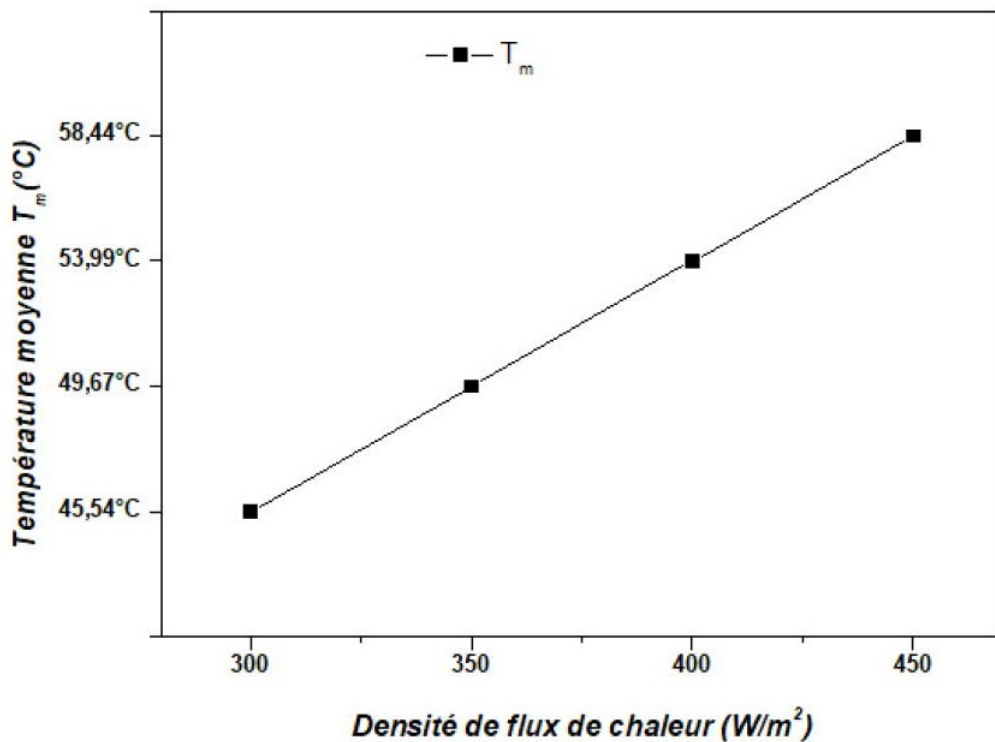


FIGURE 5.71 – Effet de la densité de flux de chaleur sur la température moyenne à l'intérieur de l'enceinte pour $U = 0,1 \text{ m/s}$.

Quant aux lignes de courant obtenues pour différentes valeurs de q , elles suivent la paroi inférieure du canal et l'enceinte en amont de l'obstacle. Du fait de la présence de cette perturbation, une cellule convective est observée dans le coin droit près de la paroi inférieure de l'enceinte, provoquant une déviation d'écoulement avant d'atteindre la sortie (figures 5.69a à 5.72a).

En ce qui concerne la répartition des isothermes dans les figures 5.69b à 5.72b, on constate que la température du fluide est uniforme à l'intérieur de l'enceinte. On note également que l'augmentation de la valeur de la densité de flux thermique à travers les protubérances peut améliorer la qualité de l'échange thermique, ce qui conduit à une augmentation de la température moyenne du fluide dans l'enceinte (figure 5.73).

5.4.2.4.2 Influence de la vitesse

L'effet de la vitesse du fluide sur la structure de l'écoulement et sur le transfert thermique est examiné en prenant U égale à 0,07 m/s, 0,08 m/s, 0,09 m/s et 0,1 m/s.

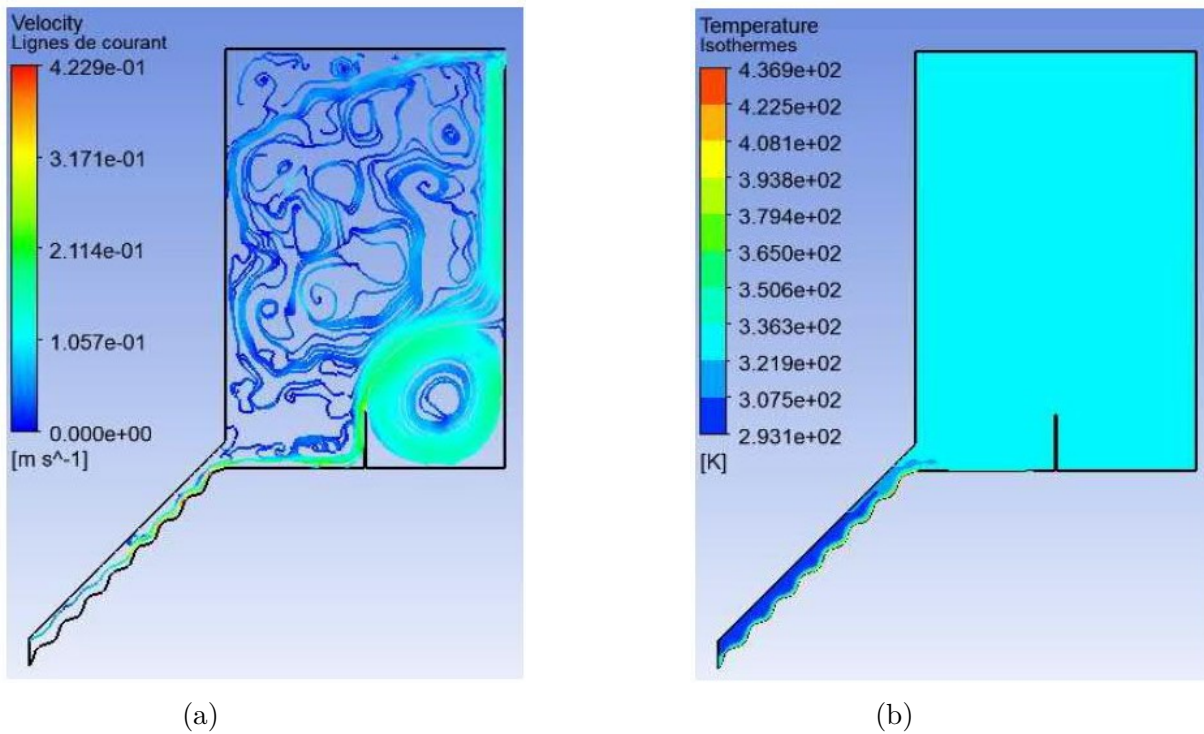
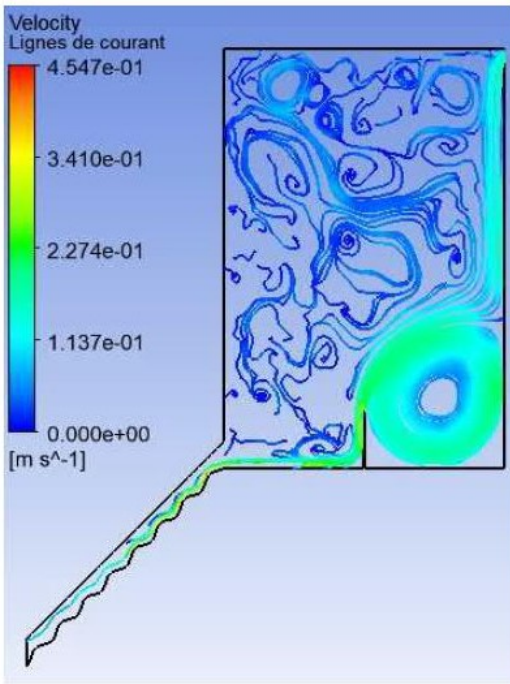
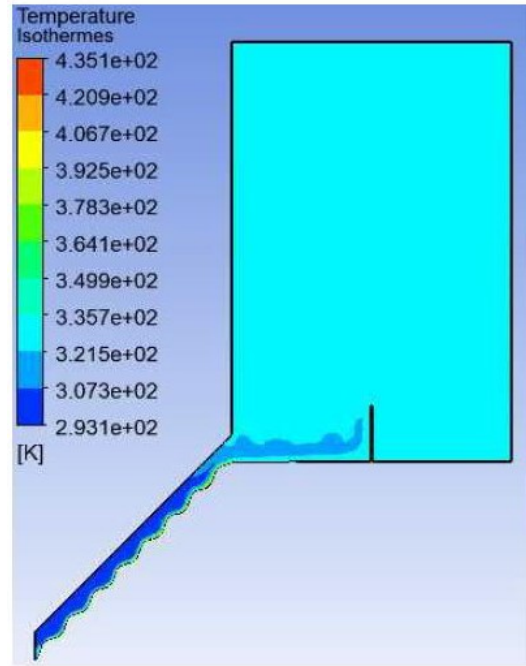


FIGURE 5.72 – Lignes de courant (a) et Isothermes (b) pour $U = 0,07$ m/s et $q = 300$ W/m².

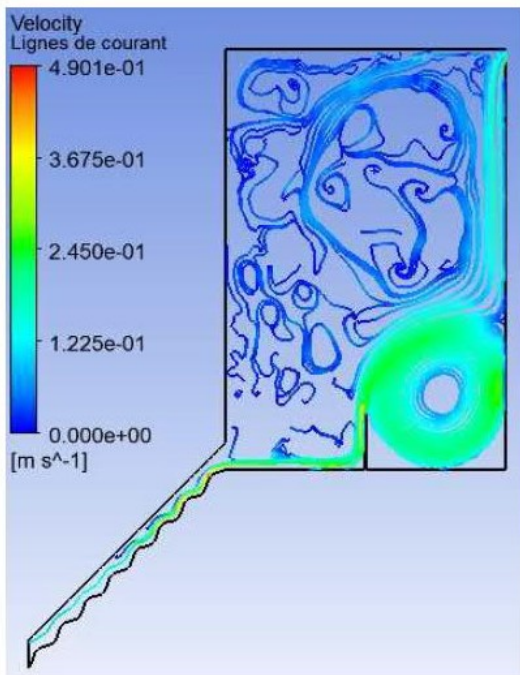


(a)

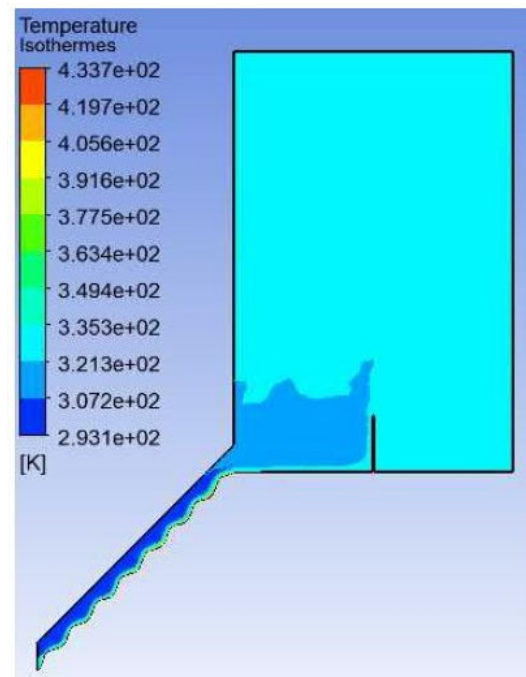


(b)

FIGURE 5.73 – Lignes de courant (a) et Isothermes (b) pour $U = 0,08$ m/s et $q = 300$ W/m².



(a)



(b)

FIGURE 5.74 – Lignes de courant (a) et Isothermes (b) pour $U = 0,09$ m/s et $q = 300$ W/m².

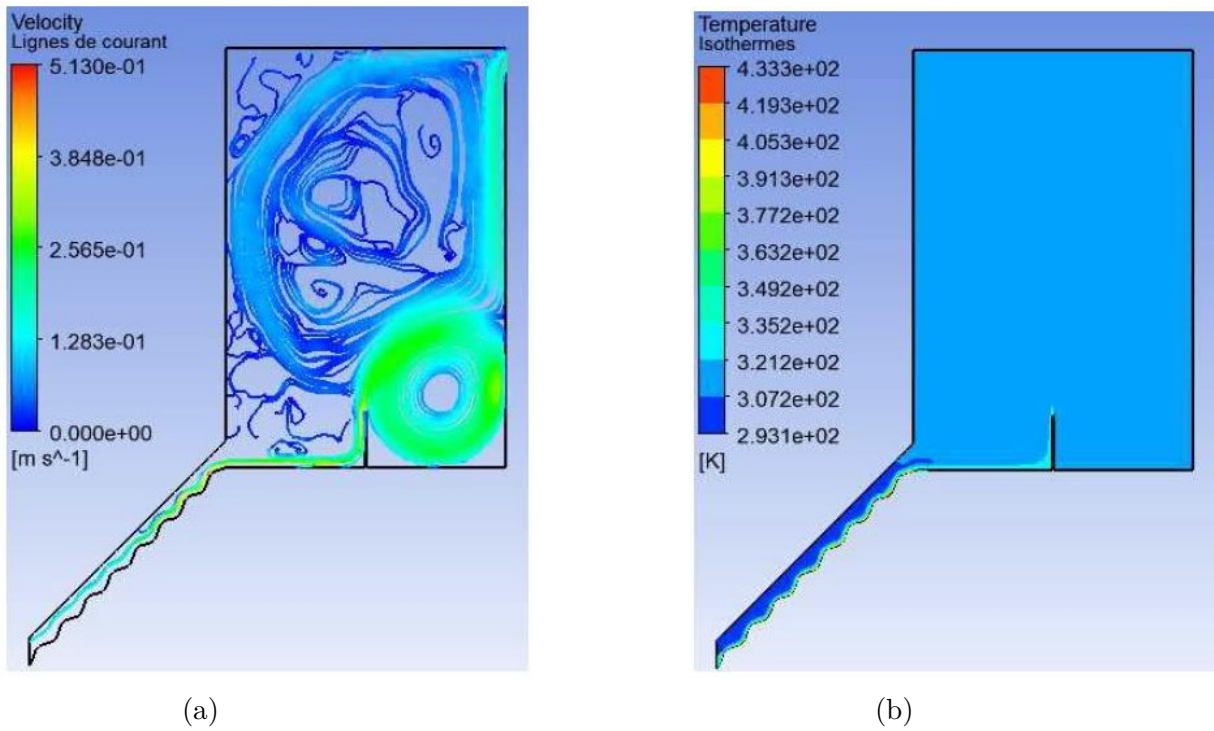


FIGURE 5.75 – Lignes de courant (a) et Isothermes (b) pour $U = 0,1$ m/s et $q = 300$ W/m².

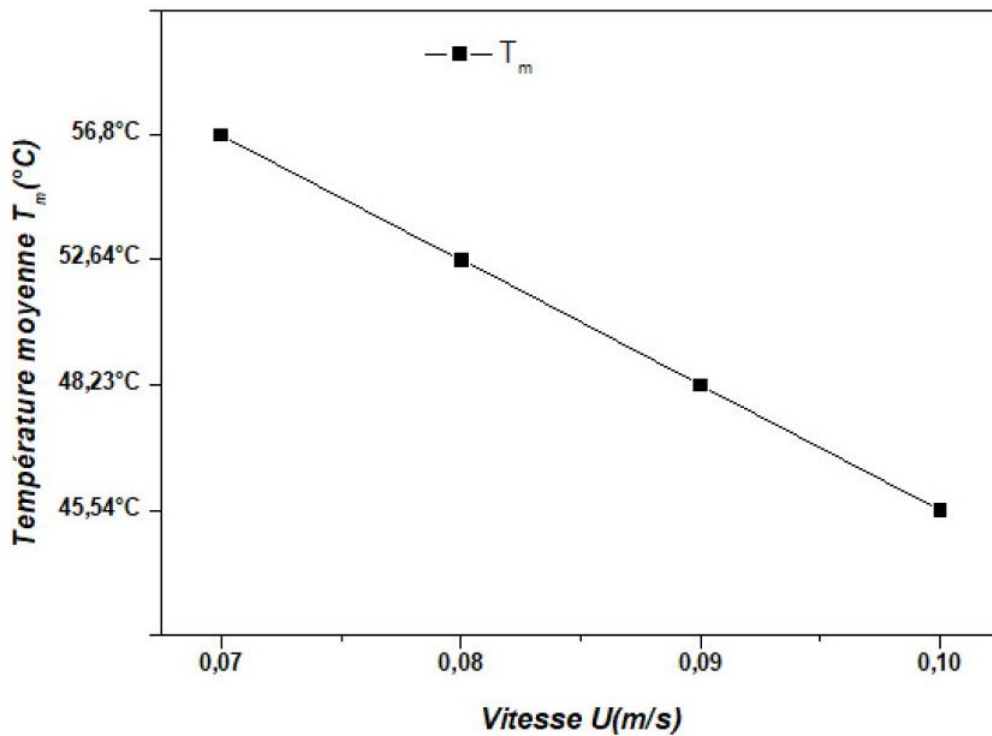


FIGURE 5.76 – Effet de la vitesse de l'air sur la température moyenne à l'intérieur de l'enceinte pour $q = 300$ W/m².

En examinant les lignes de courant pour différentes valeurs de vitesse U : 0,07 m/s ; 0,08 m/s ; 0,09 m/s et 0,1 m/s, on observe une cellule convective en aval de l'obstacle. Pour des faibles valeurs de U , la structure d'écoulement est presque identique tandis qu'une formation d'une autre cellule convective est remarquée au sein de l'enceinte pour une valeur assez élevée de la vitesse (5.77a).

Les isothermes des figures 5.74b à 5.77b indiquent que l'augmentation de la valeur de la vitesse U de l'écoulement entraîne une réduction de l'intensité d'échange qui conduit à une diminution de la température moyenne du fluide à l'intérieur de l'enceinte (5.78).

5.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous présentons les applications pratiques du système étudié en choisissant le logiciel Ansys FLUENT 2022 R1 pour la simulation numérique. Dans ce travail, deux modèles ont été considérés, le premier étant un canal horizontal associé à une enceinte rectangulaire et le deuxième constitué d'un canal incliné accouplé à une enceinte rectangulaire. Ces modèles peuvent être utilisés comme dispositif de séchage. Plusieurs configurations de l'ouverture de sortie ont été analysées pour le premier modèle afin d'identifier ceux qui, entre eux, peuvent engendrer un transfert de chaleur très efficace. Les résultats obtenus confirment que la position de l'ouverture de sortie n'affecte pas de manière significative sur l'échange thermique (figures 5.37 et 5.38). Concernant le deuxième modèle, nous avons analysé les différentes position de la partie chauffante de l'énergie solaire en notant qu'avec la paroi ondulée située sur la partie inférieure du canal, la qualité de l'échange est assez intense.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Nous avons effectué une étude numérique du transfert thermique par convection mixte dans un canal rectangulaire présentant des protubérances sinusoïdales. Ce travail a pour objet d'analyser l'influence des différents paramètres de contrôle sur le transfert de chaleur et la structure de l'écoulement. Le phénomène étudié étant la convection mixte, ces paramètres sont le nombre de Reynolds (Re), le nombre de Rayleigh (Ra) et le nombre de Richardson (Ri) ainsi que des paramètres géométriques du canal, à savoir son inclinaison et l'amplitude des protubérances. Dans un objectif d'application pratique de notre étude sur un système à énergie renouvelable, nous avons accouplé le canal à une enceinte semi ouverte. Il est utilisé ainsi pour produire de l'air chaud qui va alimenter l'enceinte. Cette dernière peut par exemple fonctionner comme une armoire de séchage solaire.

Le transfert combiné de chaleur et d'impulsion qui se développe dans le canal est gouverné par les équations de continuité, de Navier-Stokes et de la chaleur. Dans cette étude, nous avons adopté la formulation fonction de courant – vorticité ($\Psi - \Omega$) en régime instationnaire.

Pour contourner la difficulté de discrétisation due à la présence des protubérances sinusoïdales, nous avons transformé les équations en introduisant les coordonnées homotopiques. Cette transformation permet d'obtenir un domaine de calcul virtuel rectangulaire.

Lorsque le canal est étudié séparément, les équations de transfert sont résolues par la méthode explicite aux différences finies. A cet effet, nous avons élaboré un programme informatique en utilisant le langage FORTRAN. Lorsqu'il est accouplé avec l'enceinte semi ouverte nous avons utilisé le logiciel Ansys FLUENT pour les simulations numériques.

Pour s'assurer de la fiabilité des résultats donnés par notre programme de calcul, nous avons effectué des validations sur quelques résultats de la littérature. Nous avons également comparé des résultats issus de notre code FORTRAN avec ceux obtenus en utilisant le logiciel Ansys FLUENT.

Le modèle instationnaire que nous avons utilisé nous a permis d'étudier le comportement dynamique de la convection mixte qui se développe dans le canal. La structure de l'écoulement et le transfert de chaleur qui se développe en son sein sont illustrés à l'aide des lignes de courant et des isothermes. Nous avons également représenté les variations temporelles d'une température représentative enregistrée au sein de l'écoulement. A partir de ces signaux temporels nous avons pu obtenir les spectres d'amplitude et les portraits de phase. Nos analyses se sont basées sur l'examen de ces différentes illustrations.

Nous avons ainsi pu noter les faits essentiels suivants :

- l'augmentation du nombre de Reynolds réduit l'échange de chaleur à cause de l'augmentation de l'effet de la convection forcée ;
- l'augmentation du nombre de Richardson conduit à une intensification de l'échange de chaleur

entre le fluide et la paroi chauffante à cause de l'effet de la convection naturelle ;

- l'augmentation de l'amplitude des protubérances provoque également une amélioration du transfert de chaleur vers le fluide ;
- l'inclinaison du canal influe aussi sur l'échange de chaleur entre le fluide et la paroi chauffante.

Lorsque l'on augmente l'inclinaison de 0 à 90, la température moyenne de l'air à la sortie du canal augmente, signifiant que l'échange de chaleur entre le fluide et la paroi chauffante s'intensifie. Il diminue pour une inclinaison variant de 90 à 180.

L'analyse du comportement dynamique du système a été faite dans un premier temps pour une disposition horizontale du canal. Les résultats montrent l'existence de différents régimes selon les valeurs des paramètres de contrôle. L'analyse est faite en observant simultanément les signaux temporels, les portraits de phase, les spectres d'amplitudes les lignes de courant et isothermes à différents instants.

Ainsi nous avons vu que, pour des faibles valeurs du nombre de Richardson Ri , c'est-à-dire lorsque la convection forcée domine encore la convection naturelle, le transfert devient stationnaire après une première phase transitoire où les grandeurs varient en fonction du temps. C'est le point limite.

Au fur et à mesure que Ri augmente la convection naturelle s'intensifie et des instabilités se produisent, se manifestant par l'apparition de rouleaux de convection et par un changement progressif de la structure thermique de l'écoulement. Toujours après une première phase transitoire, les variations des grandeurs deviennent à grand temps oscillatoires périodiques. C'est le cycle limite.

En augmentant encore Ri , le régime reste oscillatoire mais on observe des doublements successifs de la période des oscillations. C'est la cascade sous harmonique.

Enfin, pour les grandes valeurs de Ri , les variations temporelles, toujours oscillatoires autour d'une valeur moyenne constante, ne présentent plus aucune périodicité mais semblent aléatoires. C'est le chaos.

Nous avons ensuite varié l'angle d'inclinaison du canal entre 6° et $8,75^\circ$ degrés en gardant le nombre de Reynolds à 150 et celui de Richardson à 60. Les résultats obtenus se résument comme suit. Pour une inclinaison de 6° le comportement est périodique ; il est chaotique pour $6,5^\circ$; périodique avec des doublements de période entre $7,5^\circ$ et $8,25^\circ$; périodique à partir de $8,75^\circ$. Pour une inclinaison fixée à 12° , un nombre de Reynolds de 150 et en faisant varier le nombre de Richardson à partir de 60, nous avons observé les comportements suivants. Le régime est stable pour $Ri = 60$; il est chaotique pour $Ri = 63$; redevient périodique pour $Ri = 64$ à 67 en subissant une cascade sous harmonique inverse ; chaotique à partir de 68.

Comme nous l'avons déjà énoncé, la dernière partie du présent travail est consacré à quelques applications pratiques du canal en tant que capteur dans un système utilisant l'énergie solaire. Il est ainsi utilisé pour alimenter en air chaud une enceinte semi ouverte. Deux dispositions différentes ont été considérées. Dans une première configuration, dite modèle 1, le capteur est placé horizontalement sur l'enceinte. Dans une deuxième, dite modèle 2, il est placé à côté de l'enceinte et incliné à 45° degrés par rapport à l'horizontal. Dans tous les cas, l'enceinte est munie d'une ouverture d'évacuation de l'air. Pour cette dernière partie du travail, les simulations numériques ont été faites à l'aide du logiciel Ansys FLUENT.

Dans le modèle 1 nous avons trouvé logiquement que la température augmente lorsque le flux de chaleur injecté sur la paroi chauffante augmente et elle diminue lorsque la vitesse de l'air qui traverse le canal augmente. Aucun effet notable de la position de l'ouverture d'évacuation n'a été observé. Des blocs solides ont ensuite été placés à l'intérieur de l'enceinte. Les résultats montrent que la température moyenne du fluide diminue lorsque le volume des blocs augmente. Dans le modèle 2, la paroi chauffante ondulée a été placée dans le canal de deux manières différentes : en haut et en bas. Les résultats montrent qu'avec la paroi chauffante située en bas, la température moyenne du fluide à l'intérieur de l'enceinte plus élevée que celle obtenue lorsqu'elle est en haut. Nous avons mis également un obstacle à l'intérieur de l'enceinte pour dévier l'écoulement pour améliorer l'échange thermique. Nous pouvons remarquer que la présence de ce dernier conduit à une augmentation de la température moyenne pour la paroi chauffante située en bas alors qu'elle réduit cette température pour la paroi ondulée placée en haut. Nous avons aussi analysé l'influence de l'augmentation de la taille de l'obstacle pour les deux positions de la paroi chauffante. Les résultats montrent que pour la paroi placée en haut, la température moyenne dans l'enceinte augmente lorsque la taille de l'obstacle augmente. Par contre aucun effet notable n'a été observé lorsque la paroi est placée en haut.

L'étude que nous avons menée est loin d'être complète. Des prolongements intéressants sont encore possibles. Citons par exemple l'étude du transfert de chaleur et de masse dans l'enceinte lorsque celle ci est vraiment utilisée comme séchoir solaire et contient donc des produits imbibés d'eau. On peut aussi envisager une modélisation plus précise du capteur en tenant compte des propriétés thermiques des différents éléments qui le constituent et des variations dans le temps de l'irradiation solaire. Si les moyens informatiques le permettent, faire une modélisation 3D du système peut aussi être intéressant. Enfin, les études ont été faites en supposant que l'écoulement est laminaire alors que, dans la réalité, les situations en régime turbulent sont beaucoup plus fréquente. Ainsi des simulations en régime turbulent peuvent aussi être très utiles.

BIBLIOGRAPHIE

Bibliographie

- [1] Ramilson, *Contribution à l'étude d'une convection mixte engendrée par des sources de chaleur situées sur la paroi inférieure d'un canal rectangulaire incliné*, Université d'Antananarivo Madagascar, 17 janvier 2013.
- [2] L. Bammou, K. El Omari, S. Blancher, Y. Le Guer et B. Benhamou, *Etude numérique de la convection mixte dans un canal horizontal à surface libre*, SFT 2011, Perpignan France, mai 2011.
- [3] R. Taher, A. Haddad, M. Médale, F. Papini and C. Abid, *Analyse thermique d'un écoulement de la convection mixte dans un canal horizontal*, Congrès Français de Thermique SFT, Aix-Marseille Université France, (2009).
- [4] B. Abdellah, R. Mebrouk et T. Abdelhamid, *Etude de l'influence d'une protubérance sinusoïdale sur les transferts par convection naturelle dans un canal vertical*, 12èmes Journées Internationales de Thermique, Tanger, Maroc, Novembre (2005) 415-418.
- [5] E. Chenier et A. Joulin, *Convection naturelle d'air dans un canal vertical asymétriquement chauffé à flux imposé : exercice de comparaison et solutions de référence*.
- [6] N. Boulkroune, S. Boudebous et S. Zermane, *Etude numérique de la convection naturelle laminaire dans un canal vertical comportant un élargissement brusque*, Renewable Energy Review, (24), Décembre (2005) 37-46.
- [7] B. Abdellah, R. Mebrouk et T. Abdelhamid, *Etude en convection naturelle des transferts de chaleur dans un canal vertical dont l'une des parois est non plane*, 8ème Séminaire International sur la Physique Energétique, Béchar–Algérie, Novembre (2006) 119-123.
- [8] C. Gau, Y. C. Jeng et C. G. Liu, *An experimental study on mixed convection in a horizontal rectangular channel heated from a side*, Journal of Heat Transfer, (122), November (2000) 701-707.
- [9] C. Tian, J. Wang, X. Cao, C. Yan et A. A. Ala, *Experimental study on mixed convection in an asymmetrically heated, inclined, narrow, rectangular channel*, International Journal of Heat and Mass Transfer, (2018) 1074-1084.
- [10] I.Y. Rosas, C. Treviño et L. Martínez-Suástegui, *Experimental study of mixed convection heat transfer in a vertical channel with a one-sided semicylindrical constriction with prescribed heat flux*, International Journal of Heat and Fluid Flow, (2017) 155-167.

-
- [11] A. Kouidri, B. Madani, B. Roubi et A. Hamadouche, *Experimental study of the upward forced convection between two heated plates*, Convective Heat and Mass Transfer, Turkey, June (2014).
 - [12] Mohammad Hemmat Esfe, Ali Akbar Abbasian Arani, Amir Hossein Niroumand, Wei-Mon Yan et Arash Karimipour, *Mixed convection heat transfer from surface - mounted block heat sources in a horizontal channel with nanofluids*, International Journal of Heat and Mass Transfer 89, (2015) 783–791.
 - [13] W. L. Pu, P. Cheng et T. S. Zhao, *Mixed convection heat transfer in vertical packed channels*, Journal of Thermophysics and Heat Transfer, October- December (1999), 13(4).
 - [14] P. Laranjeira Da C. Lage, G. Gonçalves Da S. Ferreira et F. Pereira Dos Santos, *Numerical simulation of the heat transfer by mixed convection in a horizontal finned channel*, 21st International Congress of Mechanical Engineering in Brazil, October (2011).
 - [15] N. Galanis et A. Behzadmehr, *Mixed Convection in Vertical Ducts*, 6th IASME/WSEAS International Conference on FLUID MECHANICS and AERODYNAMICS (FMA'08) Rhodes, Greece, August (2008).
 - [16] B. A. Elfetah, *Etude de la convection mixte (favorable/ défavorable dans un tube vertical*, Université Mentouri - Constantine (2009).
 - [17] Hamouche Adel, *Étude de la Convection Mixte dans un Canal Contenant des Sources de Chaleur*, Université Mentouri - Constantine (2012).
 - [18] S. Habchi and S. Acharya, *Laminar mixed convection in partially blocked, vertical channel*, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 29, No 11, pp. 1711-1722, 1986.
 - [19] L. Martínez - Suástegui, C. Treviño, *Transient laminar opposing mixed convection in a differentially and asymmetrically heated vertical channel of finite length*, Heat Mass Transfer (2008), doi :10.1016/j.ijheatmasstransfer.2008.04.055.
 - [20] Héctor Barrios - Pina, Stéphane Viazzo and Claude Rey, *A numerical study of laminar and transitional mixed convection flow over a backward-facing step*, Computers Fluids. 2012 ; 56 :77–91.
 - [21] Y. Abid, M. Najam et M. El Alami, *Convection mixte dans une cavité ouverte munie de blocs chauffants : phénomène d'hystérésis*, Université Hassan II Ain, Maroc.
 - [22] O. Mahrouche, M. Najam et M. EL Alami, *Contribution à l'étude de la convection mixte dans une cavité ouverte rectangulaire partitionnée munie de blocs chauffants : effet de la largeur des blocs*, Université Hassan II Ain, Maroc.
 - [23] M. Mourabit, H. Rouijaa, E.A. Semma, M.E. Alami et M. Najam, *Numerical study on the effect of the inclination of a T-shaped cavity, on the symmetry of the solution and the transfer of heat*, Renewable Energy Review, 17(4), (2014) 519-527.
 - [24] I. Zeghibid et R. Bessaih, *Mixed Convection in a square cavity filled with nanofluids*, University of Constantine I, Algeria.
 - [25] M. Belhi et S. Boudebous, *Etude numérique de la convection mixte dans une cavité carrée munie de plusieurs entrées*, Congrès Français de Thermique, SFT 2007, Île des Embiez, 29 mai - 1 juin 2007.
-

- [26] F. Zamzari, *Mixed convection from an open cavity in a horizontal channel*, International Communications in Heat and Mass Transfer, 5, April (2005) 583-592.
- [27] M. U. Ahammad, M. M. Rahman et M. L. Rahman, *A study on the governing parameters of MHD mixed convection problem in a ventilated cavity containing a centered square block*, International Journal of Scientific and Technology research, ISSN 2277-8616, 3, May (2014).
- [28] S. Kachi et S. Boudebous, *Convection mixte dans une cavité à parois latérales mobiles et chauffée par le bas*, Third International Conference on Energy, Materials, Applied Energetics and Pollution ICEMAEP2016, Constantine, Algeria, October 30-31 (2016).
- [29] S. Zermane, S. Boudebous et N. Boulkroune, *Etude numérique de la convection mixte laminaire dans des cavités ventillées*, Sciences and Technologie, 23, juin (2005) 34-44.
- [30] O. Aydin, and W. J. Yang, *Mixed convection in cavities with a locally heated lower wall and moving sidewalls*. Numerical Heat Transfer, Part A : Applications, 36, 695-710, 2000.
- [31] Saha S., Md. Arif Hasan Mamun, M. Zakir Hossain and A. K. M. Sadrul Islam, *Mixed convection in an enclosure with different inlet and exit configurations*. Journal of Applied Fluid Mechanics. 2008;1(1) :78-93.
- [32] L. Tongazara, M. A. Randriazanamparany, H. J. Rabemanantsoa, *Les routes vers le chaos en convection naturelle bidimensionnelle instationnaire dans une cavité carrée munie d'un obstacle adiabatique*. Afrique Science. 2018;14(1) :375-387.
- [33] K. Tall, Pr. C. Mbow and Pr. M. Lamine Sow, *Exploration des routes vers le chaos dans une enceinte annulaire thermiquement et mécaniquement entraînée*. International Journal of Advanced Research. 2020;8(08) : 858-873.
- [34] F. H. Vanissa, *Étude numérique de la convection forcée dans un canal rectangulaire horizontal muni d'une protubérance sinusoïdale*, Afrique Science, 12(6) (2016) 353 - 364.

ANNEXE

ANNEXE A

A-1 Equations généraux du transfert

A-1-1 Principe de la conservation de masse

Considérons une masse m qui peut être déformée au cours de temps dans un volume de contrôle, la variation de la masse du fluide contenue dans le volume de contrôle pendant un instant dt est égale à la différence entre la masse entrante et celle sortante. Sachant que la masse est proportionnelle à la masse volumique du fluide, on a :

$$m = \rho.V$$

Avec,

$$dm = \rho dV \Leftrightarrow dm = \frac{\partial \rho}{\partial t} dt \quad \text{avec } dV = dx dy dz$$

Alors,

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy dz$$

La variation de la masse pendant un temps dt est donnée par la relation suivante :

$$\frac{dm}{dt} = m_{ent} - m_{sor}$$

Avec,

$$m_{ent} = \rho|_x U|_x dy dz + \rho|_y V|_y dx dz + \rho|_z W|_z dx dy$$

$$m_{sor} = \rho|_{x+dx} U|_{x+dx} dy dz + \rho|_{y+dy} V|_{y+dy} dx dz + \rho|_{z+dz} W|_{z+dz} dx dy$$

Donc, la différence entre la masse entrante et la masse sortante s'exprime comme suit :

$$\begin{aligned} \frac{dm}{dt} &= m_{ent} - m_{sor} = (\rho|_x U|_x dy dz + \rho|_y V|_y dx dz + \rho|_z W|_z dx dy) - \\ &(\rho|_{x+dx} U|_{x+dx} dy dz + \rho|_{y+dy} V|_{y+dy} dx dz + \rho|_{z+dz} W|_{z+dz} dx dy) = \frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy dz \\ &(\rho|_x U|_x dy dz - \rho|_{x+dx} U|_{x+dx} dy dz) + (\rho|_y V|_y dx dz - \rho|_{y+dy} V|_{y+dy} dx dz) + (\rho|_z W|_z dx dy - \\ &\rho|_{z+dz} W|_{z+dz} dx dy) = \frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy dz \end{aligned}$$

Elle devient,

$$\left(\frac{\rho|_x U|_x - \rho|_{x+dx} U|_{x+dx}}{dx} \right) + \left(\frac{\rho|_y V|_y - \rho|_{y+dy} V|_{y+dy}}{dy} \right) + \left(\frac{\rho|_z W|_z - \rho|_{z+dz} W|_{z+dz}}{dz} \right) = \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

Alors,

$$-\frac{\partial(\rho U)}{\partial x} - \frac{\partial(\rho V)}{\partial y} - \frac{\partial(\rho W)}{\partial z} = \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho W)}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial U}{\partial x} + \rho \frac{\partial V}{\partial y} + \rho \frac{\partial W}{\partial z} = 0$$

Rappelons que pour un fluide incompressible, la masse volumique est constante, donc l'équation se réduit à :

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0$$

Pour un écoulement bidimensionnel, elle devient :

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0$$

Ou,

$$\text{div} \vec{V} = 0, \text{ c'est l'équation de la CONTINUITE.}$$

A-1-2 Principe de la quantité de mouvement

Pour déduire l'équation de la quantité du mouvement, on applique le principe fondamental de la dynamique ou la deuxième loi de Newton sur une masse élémentaire de fluide en mouvement.

Soit,

$$\Sigma F_{ext} = m \vec{a} = m \frac{d\vec{V}}{dt} \text{ (fluide incompressible)}$$

Rappelons que la dérivée particulaire du vecteur vitesse par rapport au temps s'exprime sous la forme :

$$\vec{a} = \frac{D\vec{V}}{dt} = \begin{cases} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{dx}{dt} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{dy}{dt} \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{dz}{dt} \frac{\partial U}{\partial z} \\ \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{dx}{dt} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{dy}{dt} \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{dz}{dt} \frac{\partial V}{\partial z} \\ \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{dx}{dt} \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{dy}{dt} \frac{\partial W}{\partial y} + \frac{dz}{dt} \frac{\partial W}{\partial z} \end{cases}$$

Alors,

$$\vec{a} = \frac{D\vec{V}}{dt} = \begin{cases} \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} \\ \frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + W \frac{\partial V}{\partial z} \\ \frac{\partial W}{\partial t} + U \frac{\partial W}{\partial x} + V \frac{\partial W}{\partial y} + W \frac{\partial W}{\partial z} \end{cases}$$

Pour Navier – Stokes,

$$\frac{D\vec{V}}{dt} = -\frac{1}{\rho}\overrightarrow{grad}P + \nu\nabla^2\vec{V} + \vec{f}$$

Avec,

$\vec{V}$: désigne la vitesse du fluide,

P : représente la pression du fluide,

ν : viscosité cinématique,

$\vec{f}$: résultante d'une force massique exercée dans le fluide.

Pour un écoulement bidimensionnel et instationnaire, l'équation bilan de la quantité du mouvement suivant x et y s'écrivent :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U\frac{\partial U}{\partial x} + V\frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} + \nu\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\right) + f_x \quad \text{suivant Ox (E1)}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U\frac{\partial V}{\partial x} + V\frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y} + \nu\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\right) + f_y \quad \text{suivant Ox (E2)}$$

Rappelons que, pour la convection forcée, la force F définie par :

$$\vec{F} = \begin{cases} f_x = 0 \\ f_y = -g \end{cases}$$

Pour la convection naturelle, il faut tenir compte de la variabilité de la masse volumique en fonction de la température.
Soit,

$$\rho = \rho_0[1 - \beta(T - T_0)] \quad (\text{c'est la relation de Boussinesq})$$

Pour faire disparaître le terme de pression sur les équations de la quantité de mouvement, on va effectuer le rotationnel de l'équation du mouvement. On sait que le rotationnel d'un gradient est nul. Donc, on a :

$$\frac{\partial E2}{\partial x} - \frac{\partial E1}{\partial y}$$

Avec le premier membre, on a :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial V}{\partial t} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial U}{\partial t} \right) + U \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \right) + V \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) +$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial y} \frac{\partial U}{\partial y}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y} \right) + U \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y} \right) + V \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y} \right) + \frac{\partial V}{\partial x} \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \right.$$

$$\left. \frac{\partial V}{\partial y} - \frac{\partial U}{\partial y} \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right) \right)$$

Notons que,

$$\Omega = \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y} \text{ (c'est la vorticité)}$$

Finalement, l'équation de la quantité de mouvement est exprimée en fonction de la vorticité et définie par :

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + U \frac{\partial \Omega}{\partial x} + V \frac{\partial \Omega}{\partial y}$$

Pour le second membre,

$$-\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial^2 P}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial y} \right) + \nu \left(\frac{\partial^3 V}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 V}{\partial x \partial y^2} - \frac{\partial^3 U}{\partial x^2 \partial y} - \frac{\partial^3 U}{\partial y^3} \right) + \frac{\partial f_y}{\partial x} - \frac{\partial f_x}{\partial y}$$

L'expression ci-dessus devient :

$$\nu \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y} \right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(\frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y} \right) \right] + \left(\frac{\partial f_y}{\partial x} - \frac{\partial f_x}{\partial y} \right)$$

Elle se réduit   ,

$$\nu \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial f_y}{\partial x} - \frac{\partial f_x}{\partial y}$$

On a donc,

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + U \frac{\partial \Omega}{\partial x} + V \frac{\partial \Omega}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial f_y}{\partial x} - \frac{\partial f_x}{\partial y} \text{ (c'est l'équation}$$

du mouvement)

Pour une géométrie inclinée, il faut tenir compte de l'angle d'inclinaison pour la composante de la force.

Soit,

$$\vec{f} = \begin{cases} f_x = -g(1 - \beta \Delta T) \sin \theta \\ f_y = -g(1 - \beta \Delta T) \cos \theta \end{cases}$$

Finalement,

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + U \frac{\partial \Omega}{\partial x} + V \frac{\partial \Omega}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial y^2} \right) + \beta g \left(\frac{\partial T}{\partial x} \cos \theta - \frac{\partial T}{\partial y} \sin \theta \right)$$

La vitesse est d'exprimée en fonction de la fonction de la fonction de courant :

$$U = \frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad \text{et} \quad V = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}$$

En revenant dans l'expression de la vorticité trouvée ci-dessus, elle peut s'exprimer en fonction de la fonction de courant ,

$$\Omega = - \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \right)$$

A-1-2 Conservation d'Énergie

Effectuons le bilan d'énergie calorifique dans un volume de contrôle puis dans une masse fluide en mouvement siège d'un transfert thermique. Rappelons que la variation de l'énergie calorifique contenue dans le volume de contrôle est égale à la différence entre la chaleur rentrante et celle sortante dans le volume de contrôle.

L'énergie calorifique dans le volume de contrôle est :

$$\rho C_P T \, dx \, dy \, dz$$

La variation de l'énergie calorifique pendant dt est :

$$\rho C_P \frac{\partial T}{\partial t} dt \, dx \, dy \, dz$$

Avec,

C_p représente la chaleur spécifique du fluide et ρ est la masse volumique.

Soit q_x la densité du flux de chaleur qui rentre dans le volume de contrôle et l'énergie correspondante est $q_x \, dy \, dz \, dt$:

Alors que la densité du flux qui sort dans le volume de contrôle est $q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx$ et l'énergie correspondante est $\left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \right) dy \, dz \, dt$.

Donc la différence entre la densité du flux entrant et celui sortant est :

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x} dx \, dy \, dz \, dt \text{ suivant } x$$

$$-\frac{\partial q_y}{\partial y} dx \, dy \, dz \, dt \text{ suivant } y$$

$$-\frac{\partial q_z}{\partial z} dx \, dy \, dz \, dt \text{ suivant } z$$

Alors, on a :

$$\rho C_P \frac{\partial T}{\partial t} dt \, dx \, dy \, dz = - \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) dx \, dy \, dz \, dt$$

$$\rho C_P \frac{\partial T}{\partial t} = - \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right)$$

Rappelons que l'échange de la chaleur entre l'extérieur et le volume de contrôle se fait par conduction et convection.

Donc,

$$q_x = q_{x \text{ cond}} + q_{x \text{ conv}}$$

Avec,

$$q_{x \text{ cond}} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \quad \text{et} \quad q_{x \text{ conv}} = \rho C_P u T$$

On a alors,

$$q_x = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} + \rho C_P u T \text{ suivant } x$$

$$q_y = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} + \rho C_P v T \text{ suivant } y$$

$$q_z = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z} + \rho C_P w T \text{ suivant } z$$

Revenant à l'équation bilan et on peut avoir :

$$\rho C_P \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) - \rho C_P \left(\frac{\partial(uT)}{\partial x} + \frac{\partial(vT)}{\partial y} + \frac{\partial(wT)}{\partial z} \right)$$

Finalement, l'équation de la chaleur s'exprime comme suit :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\lambda}{\rho C_P} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)$$

Avec,

$\frac{\partial T}{\partial t}$: représente le taux de variation temporelle

$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z}$: désigne le terme de convection

$\frac{\lambda}{\rho C_P} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)$ est le terme de diffusion

A-2 Adimensionnalisation des équations

A-2-1 Equations adimensionnelles

Nous introduisons les variables adimensionnelles dans les différentes équations du transfert. En utilisant les variables adimensionnelles suivantes :

$$x^+ = \frac{x}{H},$$

$$y^+ = \frac{y}{H},$$

$$u^+ = \frac{u}{V_R},$$

$$v^+ = \frac{v}{V_R},$$

$$\psi^+ = \frac{\Psi}{U_0 H},$$

$$\Omega^+ = \frac{\Omega H}{U_0},$$

$$T^+ = \frac{T - T_0}{T_p - T_0} \text{ et } t^+ = \frac{t U_0}{H}$$

Les nombres adimensionnels sont :

$$Re = \frac{U_0 H}{\nu}, Pr = \frac{\mu H}{\lambda}, Nu = \frac{h H}{\lambda} \text{ et } Ra = \begin{cases} \frac{g \Delta T \beta H^3}{g q \beta H^5} \\ \frac{\alpha \nu}{\alpha \nu \lambda} \end{cases}$$

Equation de continuité

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

Alors,

$$\frac{\partial(U_0 u^+)}{\partial(H x^+)} + \frac{\partial(U_0 v^+)}{\partial(H y^+)} = 0$$

L'équation de continuité adimensionnelle s'écrit :

$$\frac{\partial u^+}{\partial x^+} + \frac{\partial v^+}{\partial y^+} = 0$$

Equation de la vorticité

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + u \frac{\partial \Omega}{\partial x} + v \frac{\partial \Omega}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial y^2} \right) + \beta g \left(\frac{\partial T}{\partial x} \cos \theta - \frac{\partial T}{\partial y} \sin \theta \right)$$

Elle devient,

$$\frac{\partial(\frac{U_0}{H} \Omega^+)}{\partial(\frac{H}{U_0} t^+)} + U_0 u^+ \frac{\partial(\frac{U_0}{H} \Omega^+)}{\partial(H x^+)} + U_0 v^+ \frac{\partial(\frac{U_0}{H} \Omega^+)}{\partial(H y^+)} = \nu \left(\frac{\partial^2(\frac{U_0}{H} \Omega^+)}{\partial(H x^+)^2} + \frac{\partial^2(\frac{U_0}{H} \Omega^+)}{\partial(H y^+)^2} \right) +$$

$$\beta g \left(\frac{\partial(T_R T^+)}{\partial(H x^+)} \cos \theta + \frac{\partial(T_R T^+)}{\partial(H x^+)} \sin \theta \right)$$

Finalement l'équation de la vorticité adimensionnelle est donnée par la relation suivante :

$$\frac{\partial \Omega^+}{\partial t^+} + u^+ \frac{\partial \Omega^+}{\partial x^+} + v^+ \frac{\partial \Omega^+}{\partial y^+} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 \Omega^+}{\partial x^{+2}} + \frac{\partial^2 \Omega^+}{\partial y^{+2}} \right) + \frac{Ra}{Pr Re^2} \left(\frac{\partial T^+}{\partial x^+} \cos \theta^+ - \frac{\partial T^+}{\partial y^+} \sin \theta^+ \right)$$

Equation de la fonction de courant

$$\begin{aligned} \Omega &= - \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \right) \\ \left(\frac{U_0}{H} \Omega^+ \right) &= - \frac{U_0}{H} \left(\frac{\partial^2 \Psi^+}{\partial x^{+2}} + \frac{\partial^2 \Psi^+}{\partial y^{+2}} \right) \\ \Rightarrow \Omega^+ &= \left(\frac{\partial^2 \Psi^+}{\partial x^{+2}} + \frac{\partial^2 \Psi^+}{\partial y^{+2}} \right) \end{aligned}$$

Equation de la chaleur

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} &= \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \\ \frac{\partial (T_R T^+)}{\partial (\frac{H}{U_0} t^+)} + U_0 u^+ \frac{\partial (T_R T^+)}{\partial (H x^+)} + U_0 v^+ \frac{\partial (T_R T^+)}{\partial (H y^+)} &= \alpha \left(\frac{\partial^2 (T_R T^+)}{\partial (H x^+)^2} + \frac{\partial^2 (T_R T^+)}{\partial (H y^+)^2} \right) \\ \Rightarrow \frac{\partial T^+}{\partial t^+} + u^+ \frac{\partial T^+}{\partial x^+} + v^+ \frac{\partial T^+}{\partial y^+} &= \frac{1}{Re Pr} \left(\frac{\partial^2 T^+}{\partial x^{+2}} + \frac{\partial^2 T^+}{\partial y^{+2}} \right) \end{aligned}$$

Composantes de la vitesse

$$\begin{aligned} u &= \frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad et \quad v = - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \\ U_0 u^+ &= \frac{\partial (U_0 H \psi^+)}{\partial (H y^+)} \quad et \quad U_0 v^+ = - \frac{\partial (U_0 H \psi^+)}{\partial (H x^+)} \\ \Rightarrow u^+ &= \frac{\partial \Psi^+}{\partial y^+} \quad et \quad v^+ = - \frac{\partial \Psi^+}{\partial x^+} \end{aligned}$$

A-3 Transformation des équations

Pour alléger la notation des grandeurs utilisées dans les équations suivantes, nous omettons l'exposant + sur les grandeurs adimensionnelles.

Nous posons :

$$x^+ = x,$$

$$y^+ = y,$$

$$u^+ = u,$$

$$v^+ = v,$$

$$\Omega^+ = \Omega,$$

$$\Psi^+ = \Psi,$$

$$T^+ = T,$$

$$t^+ = t$$

Rappelons que les coordonnées homotopiques sont exprimées en fonction des anciennes coordonnées :

$$\begin{cases} \xi = x \\ \eta = \frac{y}{F(x)} \end{cases}$$

Les dérivées partielles des nouvelles coordonnées par rapport aux anciennes coordonnées sont :

- $\frac{\partial \xi}{\partial x} = \xi_x = 1$
- $\frac{\partial \xi}{\partial y} = \xi_y = 0$
- $\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \xi_{xx} = 0$
- $\frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} = \xi_{yy} = 0$
- $\frac{\partial \eta}{\partial x} = \eta_x = -\frac{yF'(x)}{F^2(x)}$
- $\frac{\partial \eta}{\partial y} = \eta_y = \frac{1}{F(x)}$
- $\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = \eta_{xx} = y \frac{2F'^2(x) - F''(x)F(x)}{F^3(x)}$
- $\frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} = \eta_{yy} = 0$

Avec,

$$F(x) = H - \frac{A}{2} \left[1 - \cos \frac{2\pi(x - x_1)}{P} \right]$$

$$F'(x) = -\frac{A\pi}{P} \sin\left(\frac{2\pi(x-x_1)}{P}\right)$$

$$F''(x) = -\frac{2A\pi^2}{P^2} \left(\cos \frac{2\pi(x-x_1)}{P}\right)$$

Dérivée première

Les dérivées premières par rapport x et y sont exprimées en fonction de ξ et η .

Par rapport à x,

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x}$$

On peut l'écrire aussi :

$$\frac{\partial}{\partial x} = \xi_x \frac{\partial}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial}{\partial \eta}$$

En tenant compte de la relation $\xi_x = 1$, elle devient :

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial}{\partial \eta}$$

De même pour la dérivée par rapport à y,

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = \xi_y \frac{\partial}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial}{\partial \eta}$$

Avec $\xi_y = 0$, elle réduit à :

$$\frac{\partial}{\partial y} = \eta_y \frac{\partial}{\partial \eta}$$

Dérivées secondes

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial}{\partial \eta} \right) \\ \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \eta_{xx} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + 2\eta_x \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \eta} + \eta_{xx} \frac{\partial}{\partial \eta} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta_y \frac{\partial}{\partial \eta} \right) = \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\eta_y \frac{\partial}{\partial \eta} \right) \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta_y \frac{\partial}{\partial \eta} \right) \frac{\partial \eta}{\partial y}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial y^2} = \eta_y^2 \frac{\partial^2}{\partial \eta^2}$$

Equations transformées

Equation de continuité

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial u}{\partial \eta} \text{ et } \frac{\partial v}{\partial y} = \eta_y \frac{\partial v}{\partial \eta} \\ \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial u}{\partial \eta} + \eta_y \frac{\partial v}{\partial \eta} & \text{ (L'équation de la continuité transformée.)}\end{aligned}$$

Equation de la vorticité

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + u \frac{\partial \Omega}{\partial x} + v \frac{\partial \Omega}{\partial y} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial y^2} \right) + \frac{Ra}{Pr Re^2} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \cos \theta - \frac{\partial T}{\partial y} \sin \theta \right)$$

Avec,

$$\frac{\partial \Omega}{\partial x} = \frac{\partial \Omega}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial \Omega}{\partial \eta}$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial y} = \eta_y \frac{\partial \Omega}{\partial \eta}$$

$$\frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \xi^2} + \eta_{x^2} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \eta^2} + 2\eta_x \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \xi \partial \eta} + \eta_{xx} \frac{\partial \Omega}{\partial \eta}$$

$$\frac{\partial^2 \Omega}{\partial y^2} = \eta_y^2 \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \eta^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \Omega}{\partial t} + u \frac{\partial \Omega}{\partial \xi} + \left(\eta_x u + \eta_y v - \frac{\eta_{xx} + \eta_{yy}}{Re} \right) \frac{\partial \Omega}{\partial \eta} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial \xi^2} + 2\eta_x \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \xi \partial \eta} + (\eta_x^2 + \eta_y^2) \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \eta^2} \right) +$$

$$\frac{Ra}{Pr Re^2} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) \cos \theta - \eta_y \left(\frac{\partial T}{\partial \eta} \right) \sin \theta \right]$$

Equation de la fonction de courant

$$\Omega = \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \right)$$

Avec,

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} + \eta_{x^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2} + 2\eta_x \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi \partial \eta} + \eta_{xx} \frac{\partial \Psi}{\partial \eta}$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = \eta_y^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2}$$

$$\Rightarrow -\Omega = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} + 2\eta_x \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi \partial \eta} + (\eta_x^2 + \eta_y^2) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2} + (\eta_{xx} + \eta_{yy}) \frac{\partial \Psi}{\partial \eta}$$

Composantes de la vitesse

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad \text{et} \quad v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}$$

Avec,

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{\partial \Omega}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial \Psi}{\partial \eta}$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial y} = \eta_y \frac{\partial \Psi}{\partial \eta}$$

$$\Rightarrow u = \eta_y \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \quad \text{et} \quad v = -\frac{\partial \Psi}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial \Psi}{\partial \eta}$$

Equation de la chaleur

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{RePr} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)$$

Avec,

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial T}{\partial \eta}$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \eta_y \frac{\partial T}{\partial \eta}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} + \eta_{x^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} + 2\eta_x \frac{\partial^2 T}{\partial \xi \partial \eta} + \eta_{xx} \frac{\partial T}{\partial \eta}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \eta_y^2 \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial T}{\partial t} + u \left(\frac{\partial T}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) + v \left(\eta_y \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) = \frac{1}{RePr} \left[\frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} + 2\eta_x \frac{\partial^2 T}{\partial \xi \partial \eta} + (\eta_x^2 + \eta_y^2) \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} + \eta_{xx} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right]$$

A-4 Discrétisation des équations

Conditions aux limites

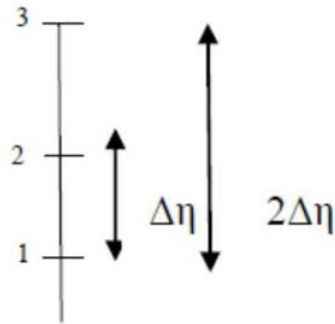
Pour discrétiser les conditions aux limites de la vorticité dans tous les domaines qui est définie par la relation suivante :

$$\Omega = -\eta_y^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2}$$

On approche Ψ au voisinage de la paroi par un polynôme (polynôme de JANSEN) de la forme :

$$\Psi(\eta) = a\eta^3 + b\eta^2 + c\eta + d$$

Avec a,b,c et d sont des constantes.



En (1),

$$\eta = 0 \text{ et } \Psi = \Psi_{i,1}$$

En (2),

$$\eta = \Delta\eta \text{ et } \Psi = \Psi_{i,2}$$

En (3),

$$\eta = 2\Delta\eta \text{ et } \Psi = \Psi_{i,3}$$

$$\bullet \text{En}(1), \eta = 0, \Psi_{i,1} = d$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \eta} = 3a\eta^2 + 2b\eta + c$$

Pour $\eta = 0$ et $c = 0$

$$\frac{\partial \Psi^2}{\partial \eta^2} = 6a\eta + 2b$$

Pour $\eta = 0$

$$\frac{\partial \Psi^2}{\partial \eta^2} = 2b$$

On pose que,

$$C1 = \eta_y^2$$

On a,

$$\Omega = -C1 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2}$$

Donc,

$$\Omega = -2bC1$$

$$\bullet En(2), \eta = \Delta\eta, \Psi_{i,1} = d$$

$$\Psi_{i,2} = a\Delta\eta^3 + b\Delta\eta^2 + \Psi_{i,1}$$

$$\bullet En(3), \eta = 2\Delta\eta$$

$$\Psi_{i,3} = 8a\Delta\eta^3 + 4b\Delta\eta^2 + \Psi_{i,1}$$

En soustrayant membre à membre $\Psi_{i,2}$ et $\Psi_{i,3}$, on obtient :

$$\begin{cases} 8\Psi_{i,2} = 8a\Delta\eta^3 + 8b\Delta\eta^2 + 8\Psi_{i,1} \\ \Psi_{i,3} = 8a\Delta\eta^3 + 4b\Delta\eta^2 + \Psi_{i,1} \end{cases}$$

$$\implies 8\Psi_{i,2} - \Psi_{i,3} = 4b\Delta\eta^2 + 7\Psi_{i,1}$$

$$\frac{-7\Psi_{i,1} + 8\Psi_{i,2} - \Psi_{i,3}}{2\Delta\eta^2} = 2b$$

Avec,

$$-\Omega = 2bC1$$

Finalement,

$$\Omega = \eta_y^2 \left(\frac{7\Psi_{i,1} - 8\Psi_{i,2} + \Psi_{i,3}}{2\Delta\eta^2} \right)$$

PRODUCTIONS SCIENTIFIQUES

Publications

[1] Hasimamy Vanissa FANAMBINANTSOA, François d'Assise RAKOTOMANGA et Michel Aimé RANDRIAZANAMPARANY, « *Étude numérique de la convection forcée dans un canal rectangulaire horizontal muni d'une protubérance sinusoïdale* », Afrique SCIENCE 12(6) (2016) 353 – 364.

[2] Vanissa Hasimamy Fanambinantsoa, Michel Aimé Randrianamparany, et François d'Assise Rakotomanga. « *Etude numérique de la transition vers le chaos d'un écoulement laminaire en convection mixte dans un canal rectangulaire horizontal muni de protubérances sinusoïdales* ». American Journal of Innovative Research and Applied Sciences. 2022 ; 15(3) : 71-82.

Communication

[1] Gwendoli DJAOMAZAVA, Michel Aimé RANDRIAZANAMPARANY, Hasimamy Vanissa FANAMBINANTSOA, « *Étude numérique de la convection naturelle dans une cavité à paroi ondulée* », Journées scientifiques de L'ESPA, Antananarivo, 2020.

Posters

[1] Hasimamy Vanissa FANAMBINANTSOA, Gwendoli DJAOMAZAVA, Freddy Erick RAKOTONDRAINIBE, François d'Assise RAKOTOMANGA, « *Contribution à l'étude du transfert thermique par convection mixte dans un canal présentant des protubérances sinusoïdales* », Congrès International Plasma et Energie (CIPE), Antsiranana, 2016.

[2] Gwendoli DJAOMAZAVA, Michel Aimé RANDRIAZANAMPARANY, Hasimamy Vanissa FANAMBINANTSOA, « *Etude numérique de la ventilation par convection naturelle dans une cavité semi – ouverte accouplée à une cheminée verticale : Application au rafraîchissement passif d'un local* », SYRENORM, Antsiranana, 2022.